

# Inlärnning av rationella förväntningar\*

*Forskningen kring hur rationella förväntningar kan uppstå genom inlärnning visar på fundamentala problem i nationalekonomiska modellers användbarhet för att förutse konsekvenserna av en ändrad ekonomisk politik. Inlärningsmodellernas känslighet för de exakta antagandena om hur inlärnning av de ekonomiska parametrarna sker innebär att även inlärningsmekanismen måste vara känd för att resultatet av en ändrad ekonomisk politik ska kunna förutses. Även om mycket grundforskning återstår tycks en viktig slutsats från denna forskning vara att någon central samordning av inlärningsprocessen är nödvändig för att undvika destabiliserande beteenden. Ett problem är att det ofta förutsätts att de ekonomiska agenterna inte uppträder individuellt rationellt under inlärningsprocessen.*

Förväntningar spelar en avgörande roll i ekonomiska modeller. I alla ekonomiska modeller finns det några antaganden om vad agenterna tror och vet om sin omgivning som kritiskt påverkar slutsatserna. Dessa antaganden är inte alltid explicita. Ofta är antagandet tämligen extremt, nämligen att de ekonomiska agenterna har mer eller mindre perfekt information om alla faktorer väsentliga för deras beslut. Sedan 1980-talet är rationella förväntningar ett rutinantagande i makroekonomiska modeller. Namnet myntades av Muth [1961] som såg det som en utvidgning av rationalitetspostulatet till förväntningar. Det kanske vanligaste argumentet för den ratio-

nella förväntningshypotesen är att ekonomer inte kan anta att folk gör systematiska misstag eftersom rationella agenter skulle lära sig av sina misstag och korrigera dem. Modell-konsistenta förväntningar vore kanske ett lämpligare namn eftersom det är litet övermaga av ekonomen att anta att agenterna i ekonomin är rationella om och endast om deras förväntningar är konsistenta med just hans eller hennes modell. Den grundläggande förutsättningen för den rationella förväntningshypotesens empiriska giltighet är således att modellen ifråga verkligen beskriver den ekonomiska verklighet som agenterna lär sig av.

Även om detta ofta kan ifrågasättas, förefaller det likväl svårt att argumentera för att ekonomen på grund av osäkerhet

*Docent THOMAS LINDH är nationalekonomisk forskare vid Institutet för bostadsforskning vid Uppsala universitet. Han har förutom forskning runt förväntningsbildning även forskat om olika aspekter av ekonomisk tillväxt.*

---

\* Jag vill tacka Gunnar Eliasson utan vars uppmantran och stöd den forskningsöversikt som utgör underbyggnaden för denna artikel aldrig kommit till stånd. En mer omfattande engelskspråkig version presenterades vid symposiet "Normativity, Rationality and Material Conditions in Social Policy" i Uppsala, 13–14 maj 1996.

om modellens giltighet bör anta att agenterna gör systematiska misstag. Dilemmat är att vi faktiskt inte kan separera frågan om förväntningsantagandets giltighet från de övriga modellantaganden vi gör. I början av 1980-talet uppstod därför ett nytt forskningsområde inom nationalekonomin där man studerade under vilka villkor inlärningsprocesser faktiskt ledde fram till rationella förväntningshypoteser.

Det visade sig vara mycket svårt att nå fram till generella och allmänt accepterade svar på denna fråga. Efter mer än ett decenniums forskning vet vi emellertid mycket mer om när och varför det uppstår problem i inlärningsprocessen. Huruvida detta ger en sund metodologisk bas för att rutinmässigt anta rationella förväntningar i makromodeller är emellertid ännu inte klart. En av de mest framstående gestalterna i den rationella förväntningsrevolutionen, Sargent [1993] förefaller tämligen pessimistisk, medan tex Honkapohja [1995] ger uttryck för en mer optimistisk syn.

Anledningen till detta oklara forskningsläge är att den till synes enkla frågan: Hur och när lär sig agenterna rationella förväntningar? leder in i en snårskog av begreppsproblem, logiska kullerbyttor och svåra tekniska problem. Ett av de få allmänna resultaten från olika forskningsansatser är att någon form av koordinationshjälpmedel (tex sociala normer, lagstiftning, central informationsspridning) tycks vara nödvändigt för att kunna garantera att inlärningsprocesser så småningom leder fram till rationella förväntningsjämvikter.

Jag ska här sammanfatta vad jag tror att ekonomer i allmänhet bör dra för lärdomar av inlärningsforskningen med koncentration på implikationerna för ekonomisk politik. Min subjektiva läsning av litteraturen runt dessa frågor är att de sätter strålkastarljuset på två allmänna metodologiska problem i nationalekonomisk forskning men också visar på vägar att attackera problemen.

Det första problemet är att inlärnin

groducerar en speciell form av historiskt beroende i det ekonomiska systemet, som vi i allmänhet ignorerar. Inlärnin beror inte bara på den enskilde individens tidigare erfarenhet utan också på den samtidiga evolutionen av samhälleliga institutioner, moralregler och kommunikationsformer. Detta försvårar avsevärt möjligheterna att förutsäga utgången av ekonomiska och sociala reformer. Ett välbekant svenskt exempel är införandet av kraftiga bostadssubventioner i Sverige. Jag är övertygad om att ingen hade avsett att detta skulle leda till stora kapitalvinster för fastighetsägare, tvärtom försökte man nog i möjligaste mån begränsa möjligheterna till detta. Men folk anpassade snabbt sitt beteende till systemet. Den här typen av problem är redan föremål för aktiv forskning men det är sällsynt att man explicit studerar det som ett inlärningsproblem.<sup>1</sup>

Det andra problemet har också uppmärksammats tidigare som ett metodologiskt problem. Samhällsforskaren är en viktig del av koordinationen av inlärnin genom att systematiskt samla, kritiskt granska och sprida information om hur samhället fungerar. Kan då den kunskap vi har om folks tidigare beteende verkligen användas för att förutsäga framtida beteende? Ett konkret exempel: Blev keynesiansk efterfrågepolitik verkninglös därför att agenterna lärde sig att dra fördel av de mekanismer den förutsatte? Är vi som samhällsvetare involverade i en kapprustningsprocess med ständigt mer sofistikerade teorier för att förklara ett beteende som blir mer och mer komplext allteftersom folk lär sig dra nytta av den information vi tillhandahåller?

För att ge mera substans åt dessa problembeskrivningar ämnar jag här ge en kortfattad (och selektiv) översikt av forskningen runt inlärnin av rationella förvänt-

---

<sup>1</sup> Cripps [1991] och Evans & Honkapohja [1993] analyserar emellertid penningpolitik respektive finanspolitik i samband med inlärnin.

ningar. Först ska jag emellertid precisera problembeskrivningen med hjälp av en enkel duopolmodell. Därefter diskuterar jag kortfattat forskningen mot denna bakgrund.

## Förväntningar på förväntningar

Ofta använder ekonomer idag termen *förväntningar* mer eller mindre som en synonym till väntevärdet av stokastiska variabler, eventuellt baserat på en subjektiv sannolikhetsfördelning, och betecknar mer oprecisa trosföreställningar om framtiden som gissningar eller anteciperade värden. När det rör sig om säker kunskap säger vi att agenterna har perfekt förutseende. Jag kommer emellertid att här använda förväntningar i den vidare betydelsen som man i gängse vardagsspråk använder. D v s förväntningar är vad helst agenterna tror om sin ekonomiska omgivning och dess framtida utveckling. Distinktionen blir nämligen alltför vag om man inte exakt definierar den matematiska modell man talar om.

Förväntningar har alltid ställt till problem i ekonomisk teori p g a att de så uppenbart beror på erfarenhet. Man kan argumentera för att också konsumtionspreferenser tex är beroende av erfarenhet, men i allmänhet tar ekonomer folks preferenser som givna fakta. Jag misstänker att det beror på en stark motvilja hos ekonomer att föreskriva vilka preferenser folk bör ha givet en viss erfarenhet. Vi inskränker oss till att lägga på vissa konsistenskrav på förväntningar men tar dem i övrigt som givna utanför systemet. Men föreställningar om hur det ekonomiska systemet fungerar är annorlunda. Huvudsyftet med nationalekonomisk forskning är ju just att formulera och utvärdera sådana föreställningar. Vi har därför mycket klara, mer eller mindre välgrundade, åsikter om vad rationella individer borde tro om det ekonomiska systemet. Det är då mycket otillfredsställande att ta förväntningar för

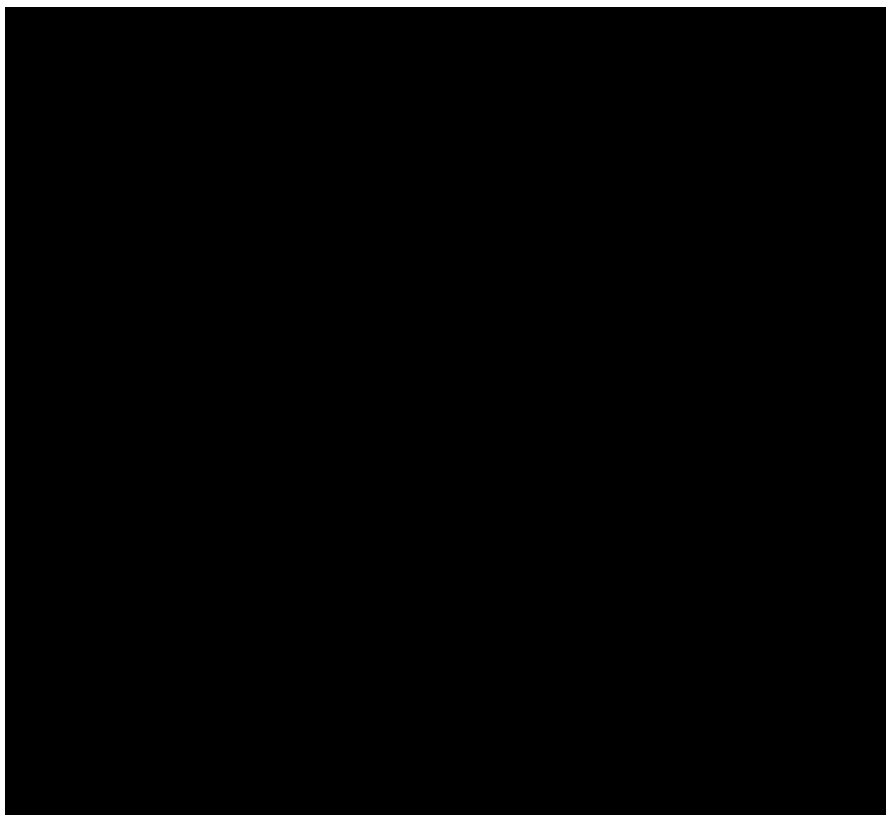
givna, även om vi emellanåt ändå ser oss tvingade att göra så.

De två enklaste antagandena i deterministiska modeller är statiska förväntningar och perfekt förutseende. D v s att antingen anta att folk tror att nuvarande observationer kommer att vara giltiga också i framtiden eller att de faktiskt alltid tror ex ante vad som visar sig bli sant ex post. Beroende på modellsammanhang kan båda vara rimliga beskrivningar och ofta, om korrekt formulerade, leda till samma utfall. Eftersom det till synes är två skilda poler kan detta förefalla en smula överraskande, men ofta sysslar vi med statiska eller stationärt växande modeller där statiska förväntningar m a p variabelvärden eller tillväxttakter är helt ekvivalenta med perfekt förutseende.

Införandet av osäkerhet behöver inte ändra den slutsatsen särskilt mycket så länge sannolikhetsfördelningarnas utveckling är oberoende av förväntningarnas utveckling. Men problemet med inlärnin g är just att så inte är fallet. Den slumpmässiga fördelningen av ekonomiska utfall kommer att bero på hur agenterna uppdaterar sina förväntningar med hjälp av de utfall de observerar. Därmed uppstår också naturligt en strategisk interaktion. Genom att uppträda på ett visst sätt kan agenter påverka andra agents inlärnin g till sin egen fördel.

Problemen med strategisk interaktion har gett upphov till en omfattande spelteoretisk litteratur som under senare år koncentrerats runt det jämviktsbegrepp som fått namn efter Nash och som går ut på att definiera en jämvikt som de utfall där ingen har någon fördel av att avvika från jämviktsbeteendet givet att övriga agenter håller fast vid jämviktsbeteendet. I inlärnin gssituationer har vi en liknande situation där jämviktsförväntningarna hos en individ är betingade på förväntningarna hos andra individer.

Figur 1



### Ett enkelt exempel

Det finns vissa logiska fällor i idén att en individ korrekt kan förutse hur andra individer kommer att reagera på hans handlingar, då dessa också korrekt kan förutse den förste individens handlande. Problemet kan förklaras på ett relativt enkelt sätt inom ramen för en enkel duopolmarknad, där två företag konkurrerar med en homogen produkt. För att kunna sätta sitt pris eller bestämma sitt utbud måste företagen anta något om konkurrentens beteende. Cournot [1838] ger en utbudslösning och Bertrand [1883] en prislösning som bygger på att företagen betraktar varandras beslut som oberoende av deras eget. Bägge dessa lösningar är tidiga exempel på Nashjämvikter. Ofta brukar man åskådliggöra detta genom att definiera reaktions-

funktioner, där ett företags optimala beslut utgör en funktion av det andra företags beslut taget som en oberoende variabel. I *Figur 1* avbildas dessa reaktionsfunktioner för en typisk Cournot-modell. I punkten där reaktionsfunktionerna korsar varandra finner vi Cournot-jämvikten.

Rationella förväntningar innebär att företagen korrekt anteciperar rivalens beslut och resultatet blir Cournot-jämvikten. Problemet är vad som händer utanför jämvikten. Om vi bokstavligt antar att bägge företagen samtidigt kan bestämma både sitt eget beslut och rivalens reaktion på detta beslut får vi ett logiskt problem, ty det finns då inga väldefinierade reaktionsfunktioner att känna till. Båda företagens faktiska beslut kommer att bero endast på problemets parametrar och vad de tror om

det andra företagens reaktion om detta hypotetiskt antas agera som om det inte hade rationella förväntningar. Men det kan inte finnas en reaktionsfunktion eftersom inget av företagen med rationella förväntningar faktiskt agerar som om det andra företagens beslut var oberoende. Cournot [1838] löste detta genom att tänka sig en adaptiv process där företagen prövade sig fram till jämvikten. I modern spelteoretisk litteratur föredrar man i stället att tänka sig en process där företagen genom "allmän kunskap" (common knowledge) om varandras optimerande beteende i förväg inser att endast Cournot-jämvikten är möjlig.

Reaktionsfunktionen blir således en rent hypotetisk konstruktion, eftersom inget företag med rationella förväntningar skulle göra val utanför jämvikten. Men antag att ett företag ändå gör det. Hur ska det andra företaget tolka detta? Om den hypotetiska reaktionsfunktionen verkligen är känd med säkerhet, så vet företag 2 att företag 1 har gjort ett suboptimalt val. Orsaken kan vara någon slumpmässig störning som inte bör föranleda någon reaktion. Men orsaken kan också vara att någonting i situationen har förändrats så att den hypotetiska reaktionsfunktionen inte längre är giltig. Företag 2 måste då lära sig vad det är som har förändrats. Men det finns en ytterligare möjlighet, nämligen att företag 1 försöker övertyga företag 2 om att en förändring inträffat för att få ett mer fördelaktigt marknadsutfall för egen del.

Fellner [1949] använde detta argument för att avvisa Cournot-lösningen med att företagen "were right for the wrong reason" i jämvikt, eftersom de inte gärna kan känna till någon reaktionsfunktion som förutsätter att de systematiskt missbedömer den andres reaktioner utanför jämvikt. Inspirerade av det snarlika rationella förväntningsargumentet utvecklades därför i början på 1980-talet en klass av duopolmodeller med vad som kallades "consistent conjectural variation" (tex Bresnahan [1981] och Perry [1982]). Inlärnin gsele-

mentet i strategisk interaktion gjordes explicit genom att kräva av reaktionsfunktionen att reaktioner utanför jämvikten måste vara optimala med avseende på den kända reaktionsfunktion rivalen hade.<sup>2</sup>

Problemet ligger i att den informella historia vi har motiverat modellen med inte är riktigt konsistent med vår modellkonstruktion. Hur kan företagen lära sig något om varandras reaktionsfunktioner från de utfall de observerar? Låt företag 1 prova en rad olika utbud i *Figur 1*. Om då företag 2 reagerar längs sin reaktionsfunktion så är det en enkel sak för företag 1 att helt enkelt observera dessa beslut och sedan skatta hur de beror av det egna beslutet. Men om företag 2 samtidigt varierar sitt utbud för att ta reda på hur företag 1 reagerar så fungerar detta inte.

Daughety [1985] visar konkret hur man i detta fall kan härleda Nash-jämvikten givet att båda parter har fullständig information om kostnads- och efterfrågefunktionerna samt att bägge vet att den andre optimerar vinsten och vet att den andre vet att han vet o s v. D v s konvergens till jämvikt utgör en hypotetisk tankeprocess, en logisk deduktion från kända fakta inklusive kännedom om rivalens mentala processer. Är detta en inlärnin gprocess, med tanke på att inga nya fakta har blivit inlärd a? Guesnerie [1992] kallar en sådan tankeprocess "eductive learning" till skillnad från "evolutive learning", där man faktiskt lär sig genom någon reallid sprocess.

Ur praktisk ekonomisk-politisk synvinkel är skillnaden mellan eduktiv inlärnin g och evolutiv inlärnin g oerhört stor. I det förra fallet har vi tillgång till alla väsentliga fakta från början och behöver egentligen bara genomföra en, kanske komplicerad, men dock i princip mekanisk härled-

<sup>2</sup> Det visade sig att existensen av sådana reaktionsfunktioner berodde kritiskt på att reaktionsfunktionerna antogs linjära. Hela ansatsen övergavs så småningom. Lindh [1991] innehåller en utförlig redogörelse.

ning för att nå fram till rätt slutsats. Om vi tror att ekonomiska agenter kännetecknas av eduktiv inläring med samma information som vi har så kan reformer genomföras genom att helt enkelt annonsera de relevanta förändringarna och vi kan sedan förvänta oss de relevanta optimala reaktionerna. Men om inläringen är evolutiv måste också konsekvenserna av inlärningsperioden förutses och i de flesta fall också inlärningsprocessen styras åt rätt håll för att ge förväntat resultat. Detta kräver väsentligt mycket mer information (och därmed sammanhängande kostnader) för att en reform ska leda till förväntat resultat.

Reaktionsfunktionsmodellen är baserad på idén att om det finns en given beteendekostnad, så finns också en fixpunkt där ingen har incitament att förändra sitt beteende. Men trots namnet är modellen inte dynamisk utan statisk. Dynamiken finns endast i de motiv vi anger för modellantagandena. Om vi ska tolka modellen dynamiskt tvingas vi anta att företagen är enkelspåriga och oförmögna att inse att deras grundantagande om den andres reaktioner som oberoende av deras egna handlingar faktiskt är felaktigt. Det är något förvånande att rationell deduktion under fullständig information så ofta leder till samma resultat som dynamik med enkelspårigt beteende. Cournot [1838, s 93] motiverar faktiskt sin tankegång med att företag begår misstag och kan tänkas försöka lura varandra. Eftersom man inte kan vara säker på hur man ska tolka sina observationer kan det då vara bättre att strunta i att tolka dem och bara anpassa sig i stället.

Det agenterna lär sig i Cournots version av modellen är inte hur den andre reagerar. Genom försök och misslyckanden lär de sig hur vinsten kan ökas, men de förstår egentligen inte mer om varför den ökar. De lär sig inte strukturen i problemet, så om parametrarna eller funktionsformerna förändras måste de helt enkelt börja experimentera igen, vilket ibland leder till en ny jämvikt, men ibland inte.

Jag har ägnat stor uppmärksamhet åt den här enkla modellen eftersom den på ett enkelt och tydligt sätt illustrerar det dilemma som rationell ekonomisk inläring medför: Antingen vet man redan nästan alla relevanta fakta så att det inte finns mycket nytt att lära. Eller så agerar man på ett enkelspårigt evolutionärt sätt där inläring helt enkelt blir liktydigt med de mest anpassades överlevnad. Förvånansvärt ofta, dock inte alltid, leder det till samma resultat i slutänden. Observation av marknadsutfallen kommer emellertid inte att vara tillräcklig för att sluta sig till hur strukturella förändringar i systemet kommer att påverka beteendet.

Reaktionsfunktionsmodellen illustrerar också det logiska dilemmat att om alla agenter försöker vara Stackelberg-ledare (från von Stackelberg [1934]) och optimera längs sina konkurrenters reaktionsfunktioner, kommer deras förväntningar att vara inbördes inkonsistenta och således icke-rationella. Bara ömsesidig kännedom om varandras optimerande beteende leder fram till en rationell förväntningsjämvikt, men i så fall blir det oklart hur denna ömsesidiga kännedom kan uppstå eftersom den som regel inte kan härledas direkt från observationer av marknadsutfallen och det är alldeles uppenbart att företagen nästan alltid har incitament att dölja nödvändig information. I följande avsnitt ska jag kortfattat beskriva olika forskningsstrategier för att lösa upp dessa problem.

## **Inläring av rationella förväntningar**

En stor och fortfarande växande litteratur har behandlat problemet: Hur lär sig ekonomiska agenter sina rationella förväntningar? Eller annorlunda uttryckt: Hur lär de sig parametrarna och strukturen i den stokastiska modell som bestämmer den ekonomiska jämvikten? Uttryckt på det senare sättet inser man lätt att frågan är långtifrån så trivial som det gängse argumentet för rationella förväntningar vill

göra gällande. Om man inte från början känner den sanna modellen så är det inte alls enkelt att avgöra om och när ett systematiskt misstag begåtts snarare än en tillfällig stokastisk avvikel se. Även professionella ekonomer har mycket svårt att avgöra när deras prognosfel beror på systematiska fel i deras modeller eller helt enkelt är att hänföra till slumpmässiga avvikel ser.

Emellertid bör man notera att den fråga forskningen behandlat inte är om det är empiriskt rimligt att ekonomins agenter kan utvärdera informationen och handla rationellt och optimalt på ett sådant sätt att de lär sig den ekonomiska modellen. Det som står i fokus för intresset är om det överhuvudtaget är möjligt, ens i princip, att lära sig tillräckligt mycket för att en rationell förväntningsjämvikt ska kunna uppstå. Naturligtvis är alla forskare väl medvetna om att inga vanliga människor systematiskt optimerar och lär sig alla relevanta parametrar i en verklig ekonomi. Erfarenheten har emellertid lärt oss att ett antagande om rationellt optimerande agenter ofta kan fungera som en rimlig och vägledande approximation till hur verkliga marknader fungerar. I fråga om inlärnin g av rationella förväntningar uppstår emellertid ett mycket mer fundamentalt problem. Det är nämligen oklart huruvida ens superrationella agenter under idealiserade förutsättningar kommer att kunna lära sig tillräckligt mycket om även en mycket enkel abstrakt ekonomi. Vad forskningen hittills handlat om är därför i huvudsak att försöka karakterisera under vilka villkor en sådan inlärnin g faktiskt sker.

På ett tidigt stadium (Blume, Bray & Easley [1982]) gjordes en distinktion mellan "fullt rationell" inlärnin g och "begränsat rationell" inlärnin g. För att förstå distinktionen måste man först inse att den "sanna" modellen i en Rationell Förväntningsjämvikt (RF hädanefter) faktiskt inte är den sanna modellen när agenterna ännu inte lärt sig modellen. De prognosfel man observerar i inlärnin gsfasen beror både på

otillräcklig information om hur verkligheten är beskaffad och, mycket allvarligare, på de missuppfattningar andra ekonomiska agenter hyser om denna verklighet.

Modeller av adaptiva inlärnin gprocesser har dock visat sig konvergera till RF i många enkla och allmänt använda ekonomiska modeller. Mycket förenklat kan man dela upp de villkor som krävs för konvergens i två kategorier. En kategori innebär att agenterna antas känna till den fundamentala modellen (som är sann då alla har rationella förväntningar) samt hur andra agenter drar slutsatser och lär sig av marknadsutfallen. Då kan de använda statistiska metoder för att konsistent skatta de från början okända parametrarna. Detta är *fullt rationell inlärnin g*. Den andra kategorin innebär att om agenterna följer vissa konventioner eller tumregler utan att känna till den sanna modellen kommer de så småningom ändå att konvergera mot en RF. Detta är *begränsat rationell inlärnin g*, så kallad eftersom följandet av konventionerna inte kan härledas ur agenternas optimala beteende givet den tillgängliga informationen.<sup>3</sup>

Fullt rationell inlärnin g, d v s statistisk estimation av en känd och korrekt specificerad modell, konvergerar i allmänhet mot en RF, om denna är unik. Observera att den korrekta specifikationen av den data-genererande modellen innebär att en given agent också måste känna till hur alla andra agenter uppdaterar sina förväntningar. I modeller med multipla RF måste likväl på något sätt agenternas uppdatering av sina

<sup>3</sup> Det bör noteras att distinktionen i många fall är tve tydlig. Townsend [1983] liksom många andra argumenterar för att rationell inlärnin g nödvändigtvis innebär ett antagande om en gemensam allmän kunskap på någon nivå, eftersom prognoser av andras prognoser annars omöjligt kan leda till något bestämt utfall. Blume & Easley [1984] jämför detta med Harsanyi [1967] där Bayesianska spellösningars existens beror på att åtminstone de olika spelartyperna är kända.

förväntningar koordineras, något som kan vara besvärligt att lösa, se t ex Crawford & Haller [1990] eller Blume & Easley [1984]. Ett mer fundamentalt problem, som föranlett t ex Bray & Krepes [1987] att karakterisera fullt rationell inläring som "ett sterilt riktmärke", är att denna typ av modeller egentligen förutsätter vad man försöker visa. Agenterna måste inte bara känna till strukturen i den "sanna" modellen för att konsistent kunna skatta en uppsättning parametrar, de måste också känna till strukturen i alla andra agents inlärningsbeteende. De har alltså tillräcklig information för att agera strategiskt och försöka vilseleda andra agenter, vilket Bacharach [1989] använder som argument för att de inte kan sägas handla rationellt om de faktiskt avslöjar sin privata information genom sina handlingar. Själva definitionen av rationalitet blir tvetydig under sådana omständigheter, se t ex Banerjee & Weibull [1995]. Det kan t o m vara rationellt att framstå som icke-rationell. Doktrinhistoriskt intressant är att problemet behandlas redan av Keynes [1936] i den välkända "beauty contest"-liknelsen för att förklara volatiliteten på finansiella marknader.

### Begränsat rationell inläring

Huvudströmningen i litteraturen om inläring av rationella förväntningar har därför blivit studiet av olika typer av begränsat rationella inlärningsmodeller. Av naturliga skäl är "begränsat rationell" betydligt vagare än "fullt rationell" som ju är negationen av allt begränsat rationellt. Följaktligen är såväl resultat som forskningsstrategier mycket mer varierande och svårare att karakterisera på ett enkelt sätt. Begränsad rationalitet kan innebära att inläringstekniken som förutsätts inte är korrekt som i Bray [1982], eller att mängden av modellspecifikationer är alltför begränsad som i Blume & Easley [1982] eller att endast lokal information är tillgänglig som i Frydman [1982].

Metoder från reglerteknik (baserade på två svenska forskare Ljung [1977] och Ljung & Söderström [1983] som utvecklat adaptiv kontrollteori) har blivit flitigt använda för att karakterisera olika modellens konvergenssegenskaper eftersom det väsentligt förenklar och generaliserar tekniken för att bevisa konvergens. Den första tillämpningen mig veterligen är Margaritis [1987] men det är Marcet & Sargent [1989a och 1989b] som gjorde tekniken mer allmänt känd. Nyligen hävdar emellertid Moreno & Walker [1994] att en av de centrala satserna för adaptiv kontroll inte är tillämplig för fall där agenterna har olika tro om verkligheten. Eftersom detta rimligen bör vara fallet vid decentraliserad inläring i något så när realistiska fall så har forskningen numera gått vidare till andra metoder, t ex neurala nät och genetiska algoritmer. Sargent [1993] ger en bra översikt av detta.

Efter denna korta (och ofullständiga) genomgång av utvecklingen av inlärningsforskningen så är den naturliga frågan: Vad kan vi egentligen lära av dessa modeller? Det visar sig ofta att antaganden om den initiala informationsmängden och själva inlärningsprocedurerna är avgörande inte bara för konvergenssegenskaperna vilket är att förvänta, men även för själva jämvikten, vilket är mer oroande. En fullt avslöjande RF, så som den definierats av Radner [1982], innebär att all relevant privat information i princip blir känd för alla genom marknadsutfallet. En RF borde då vara oberoende av de informationsantaganden man gör för inlärningsprocessen. I viss mening är så också fallet eftersom alla de informationskällor som postulerats i inlärningsmodellen är uttömda då en RF uppnåtts. Frågan är bara om de restriktioner som lagts på informationsmängden och den aktiva produktionen av information, d v s inläringen, verkligen är rimliga.

Eftersom olika typer av begränsningar av rationaliteten leder till olika jämvikter följer att inlärningskonvergens i en modell



av begränsad rationalitet inte tjänar som ett allmänt rättfärdigande av rationella förväntningsmodeller utan endast för någon speciell RF. Valet av rationell förväntningsmodell är således också implicit ett val av en speciell klass av inlärningsmodeller. Detta är ju en nedslående slutsats om vi vill använda en rationell förväntningsmodell för att förutse effekterna av en policyförändring eftersom det krävs inte bara att den givna jämviktsmodellen är konsistent med empiriska data utan också att den postulerade inlärningsprocessen är det. Det senare är ett problem som man vad jag vet ännu inte ens börjat forska kring.

Det är också slående i många av dessa modeller att konvergensresultaten är beroende av ett synnerligen mekaniskt agentbeteende. Om agenterna börjar experimentera alltför fritt eller försöka missleda varandra blir inlärningsprocessen ofta instabil. Frydman [1982] utgör ett bra exempel på detta. Modellen är en varumarknad där agenterna på utbudssidan känner den korrekta efterfråge- och utbudsmodellen men saknar kännedom om vissa parametrar. Kostnadsinformationen är endast lokalt tillgänglig, d v s agenten känner till marknadspriset och det stokastiska utfallet för sina egna kostnader men inte för andra agenter. För att kunna göra optimala prognoser behöver agenterna därför information om "allmänna opinionen" d v s om genomsnittet av andra agents prognoser så när som på ett normalfördelat måttfel. Om någon institution vid sidan om marknaden (kanske Konjunkturinstitutet) kan ge sådan information så kan förväntningarna konvergera mot en RF. Frydman skiljer på två fall. I det ena fallet kan prognoserna modifieras innan utbudet är slutgiltigt fastställt. Den externa informationen rör således en preliminär allmän mening. I detta fall finns det en strikt positiv sannolikhet att vid upprepad uppdatering prognoserna aldrig någonsin konvergerar. Om efterfrågan är tillräckligt oelastisk kommer prognoserna med säkerhet inte att

konvergera. I det andra fallet fastställs utbudet innan den externa informationen mottagits. Med denna ex post-information kan modellparametrarna skattas konsistent och om alla agenter använder dessa skattningar för nästa prognos kommer priserna (och förväntningarna) att konvergera mot RF. Problemet är att för det enskilda företaget är det som regel suboptimalt att inte försöka förutse hur de andras prognoser kommer att förändras.

Vi ser här hur problemet i den inledande analysen av duopolmodellen återuppstår. Om agenterna redan från början känner alla relevanta fakta så kan de utan att någonsin faktiskt testa sin kunskap räkna sig fram till en Nash-jämvikt där ingen har incitament att avvika. Om de däremot inte känner alla relevanta fakta hamnar de i jämvikten med säkerhet endast om de finner sig i en åtminstone temporärt suboptimal uppdateringsprocedur som på något sätt måste införas genom tvång eller överenskommelse. Annars blir resultatet med åtminstone någon sannolikhet oförutsägbart, men (och detta är problemet) potentiellt lönsamt för åtminstone någon agent och eventuellt för alla de berörda beslutsfattarna, även om det är samhällsekonomiskt ineffektivt.

Marcet & Sargent [1987] analyserar med adaptiv kontrollteknik just Frydman's modell med en inlärningsprocedur som utesluter prognoser på andra agents prognoser och får ett starkt globalt konvergensresultat. Också resultat av Evans & Honkapohja [1995] och Grandmont & Laroque [1991] tyder på att "översofistikerade" agenter som försöker lära mer än data medger, t ex genom att använda överparametriserade modeller, kan störa stabiliteten i en RF.

### Inlärningsstabilitet

Ett relaterat fast ej helt analogt problem uppstår i modeller med flera RF, där inlärningsprocesser snarare än att motivera rationella förväntningar per se tjänar som ett

instrument för att utesluta vad som i någon mening kan betraktas som orimliga RF. I detta mer begränsade avseende kan man nog betrakta inlärningsforskningen som mer framgångsrik än i den mer allmänna målsättningen att rationalisera rationella förväntningar. Redan Lucas [1978] föreslog stabilitet i inlärningsprocesser som ett kriterium för att välja den "fundamentala" RF i modeller med flera RF. Dvs detta är analogt med Samuelsons [1941, 1942] korrespondensprincip som postulerar att en rimlig jämviktsmodell måste vara stabil i den meningen att jämvikten efter en störning återupprättas genom någon lämplig anpassningsprocess.

Ett stort antal artiklar har sedermera skrivits på detta tema. En av de allra första är Gottfries [1985]. Woodford [1990] drar dock slutsatsen att inlärningsprocesser i sig, även om de konvergerar, är otillräckligt för att dra slutsatsen att denna RF är fundamental. Inlärningsprocesser kan, så som ligger implicit i vad som sagts ovan, konvergera till RF som kan karakteriseras som "bubblor" (beroende av irrelevant information i någon mening), eller "solfläckar" (som beror på information helt utanför den "sanna" modellen, t ex antalet solfläckar, månförmörkelser el dyl). Emellertid har Evans [1985, 1986, 1989] och Evans & Honkapohja [1992, 1994] visat hur vissa klasser av modeller faktiskt har förväntningsstabilitet i denna mening gentemot olika typer av bubblor och solfläckar. Dessa stabilitetsresultat är nära besläktade med de ovan omtalade adaptiv kontroll-algoritmerna.

Inlärningsprocesser kan således i vissa fall användas för att utesluta givna jämvikter som instabila. Det tycks dock vara mer tveksamt om de verkligen stöder någon specifik jämvikt eftersom alternativa rimliga inlärningsprocesser under begränsad rationalitet kan leda till olika val av fundamentala jämvikter (se Lindh [1993] för en utförligare diskussion). Hur viktigt detta är kan dock inte sägas vara avgjort.

## Andra intressanta aspekter

I korthet ska här bara nämnas några andra aspekter som kan vara intressanta. Det finns antydningar, t ex Frydman [1987] och Antonov & Trofimov [1993] att variation i agenternas trosföreställningar kan stabilisera inlärningsprocesser. Å andra sidan drar Brusco [1988] slutsatsen att heterogen information förhindrar konvergens såvida inte någon grupp är perfekt informerad. Det finns ett par artiklar, Spear [1989] och Thomas [1993], som använder resultat om beräkningsbarhet för att visa att prognosfunktioner i vissa fall inte är beräkningsbara med ändliga algoritmer. Det innebär att även om inlärningsprocessen har en fixpunkt som utgör en RF kan agenterna aldrig beräkna de nödvändiga prognosfunktionerna. Kurz [1989] hävdar att komplexiteten i stokastiska processer förhindrar inläring av systemet med Bayesianska metoder.

Inlärningskostnader bortser man i allmänhet ifrån inom huvudströmningen av forskningen. Inlärningskostnader kan emellertid, som Radner [1982] påpekar, få fundamentala ekonomiska konsekvenser eftersom det är troligt att valmängderna blir icke-konvexa p g a detta. Det välkända tvåarmade-bandit-problemet illustrerar kärnan i argumentet: En spelare väljer mellan två spelautomater, en med känd utdelningssannolikhet och en med okänd. Med positiv sannolikhet kommer han att välja maskinen med lägre förväntad utdelning p g a att den förväntade kostnaden för att avgöra vilken maskin som ger högst förväntad utdelning blir för hög. Rothschild [1974], Easley & Kiefer [1988], Kiefer & Nyarko [1989], Kiefer [1989a och 1989b], Bala & Kiefer [1990] applicerar denna tankegång på ekonomiska problem.

## Sammanfattning och slutsatser

Först måste här betonas att översikten är långtifrån fullständig och kanske något

överförenklad i vissa avseenden. Långt ifrån alla relevanta aspekter av inlärnin gs-problemet har diskuterats utan valet av frågeställningar och perspektiv har styrts framförallt av frågan vad forskningen kring inlärnin g av rationella förväntningar implicerar för ekonomisk politik. Det finns många andra, mer tekniska och filosofiska aspekter, som också är väl värda en diskussion. Jag har här också begränsat mig i huvudsak till just inlärnin g av rationella förväntningar i en makroekonomisk modellvärld. Det finns också en bredare litteratur om inlärnin g och rationalitet i allmänhet, oftast i spelteoretisk och allmänt mikroekonomisk form som jag knappast alls har berört. En bra utgångspunkt för den intresserade är Kirman & Salmon [1995].

Å ena sidan visar det sig att inlärnin gs-stabila rationella förväntningsjämvikter ofta existerar i allmänt använda makromodeller med enkla inlärnin gsprocesser. Å andra sidan är det mycket tveksamt huruvida detta kan tas till intäkt för att individuella agenter faktiskt bör använda dessa inlärnin gsregler, eftersom de ofta förutsätter suboptimalt individuellt beteende. Allmänt verkar det som om någon form av koordination antingen genom tvång eller överenskommelse är nödvändig för stabilitet i inlärnin gsprocesserna.

Rationella förväntningar motiverades ursprungligen genom den s k Lucas-kritiken (Lucas [1976]), som påpekade att giltiga slutsatser om vad som sker vid förändring av politik-parametrar inte kunde dras från skattningar av modeller med godtyckliga förväntningsmekanismer eftersom dessa inte kan identifiera de djupa strukturella beteendeparametrarna och därmed ger felaktiga slutsatser om beteendeförändringar. Inlärnin gsforskningen visar att Lucaskritiken faktiskt också gäller rationella förväntningsmodeller eftersom jämvikten och dess stabilitet beror på de antaganden som görs om vad agenterna från början vet och hur de sedermera lär.

Ett problem som inlärnin gsforskningen

inte behandlar är det praktiska problemet varför vanliga människor skulle bilda förväntningar konsistenta med en modell de förmodligen aldrig hört talas om och ännu mindre förstår. Muth [1961] anför den empiriska observationen att ekonomiska aktörer ofta verkar förutse förändringar i nyckelvariabler bättre än eller lika bra som ekonomiska modeller. Som Arrow [1978] påpekar kan det mycket väl bero på att de har tillgång till annan och mer relevant information angående de förhållanden som är viktiga för just dessa aktörer än vad prognosmakaren har. I så fall ger modell-konsistenta förväntningsantaganden knappast någon vägledning om hur de kommer att reagera då en politikparameter ändras.

Empiriskt vet vi så gott som ingenting om hur inlärnin gseffekter kan tänkas påverka de slutsatser som kanske alltför lättvindigt dras ur kraftig förenklade makromodeller. Intuitivt verkar det emellertid rimligt att förutsätta att sannolikheten för felaktiga slutsatser ökar med storleksordningen och komplexiteten av de politikförändringar som sker. Enkla adaptiva tumregler är baserade på den historiska information som den tidigare jämvikten förser oss med. Ju längre bort vi rör oss från denna jämvikt, desto större torde sannolikheten bli för att medborgarna drar fel slutsatser ur marknadsinformationen och sätter igång ett destabiliserande experimenterande.

Eftersom den information som marknaden genererar är beroende av de trosföreställningar agenterna i ekonomin har om dess funktion, och dessa trosföreställningar i sin tur modifieras av marknadsinformationen förefaller det högst troligt att agenterna i en miljö av stabila parametrar så småningom kommer att anpassa sina förväntningar till att bli rationella i någon mening. Det förefaller dock genast mindre troligt att så sker om parametrarna hela tiden fluktuerar kraftigt.

Mot den bakgrunden förefaller det motiverat att råda ekonomer till en viss försiktighet med att rekommendera genom-

gripande och mångfasetterade reformer utan att ägna tillbörlig uppmärksamhet åt hur anpassningen till den nya jämvikten kan tänkas ske.

## Referenser

- Antonov, M & Trofimov, G, [1993], "Learning Through Short-Run Macroeconomic Forecasts in a Micro-to-Macro Model", *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol 21, s 181–203.
- Arrow, K J, [1978], "The Future and the Present in Economic Life", *Economic Inquiry*, vol 16, s 157–169.
- Bacharach, M, [1989], "Expecting and Affecting", *Oxford Economic Papers*, vol 41, s 339–355.
- Bala, V & Kiefer, N M, [1990], "Information Investment and Dynamic Market Performance", Working Paper no. 90–10, Center for Analytic Economics, Cornell University, New York.
- Banerjee, A & Weibull, J [1995], "Evolutionary Selection and Rational Behavior", i Kirman, A & Salmon, M (red), *Learning and Rationality in Economics*, Blackwell, Oxford, 343–363.
- Bertrand, J, [1883], "Théorie mathématiques de la richesse sociale", *Journal des Savants*, 499ff.
- Blume, L E, Bray, M & Easley, D [1982], "Introduction to the Stability of Rational Expectations Equilibrium", *Journal of Economic Theory*, vol 26, s 313–317.
- Blume, L E & Easley, D, [1982], "Learning to Be Rational", *Journal of Economic Theory*, vol 26, s 340–351.
- Blume, L E & Easley, D, [1984], "Rational Expectations Equilibrium: An Alternative Approach", *Journal of Economic Theory*, vol 34, s 116–129.
- Bray, M, [1982], "Learning, Estimation, and the Stability of Rational Expectations", *Journal of Economic Theory*, vol 26, s 318–339.
- Bray, M & Kreps, D M, [1987], "Rational Learning and Rational Expectations", i Feiwel, G R (red), *Arrow and the Ascent of Modern Economic Theory*, Macmillan Press, London.
- Bresnahan, T F, [1981], "Duopoly Models with Consistent Conjectures", *American Economic Review*, vol 71, s 934–945.
- Brusco, S, [1988], "Heterogeneous Distribution of Information and Convergence to Rational Expectations Equilibrium in a Partial Equilibrium Model", *Economics Letters*, vol 28, s 21–25.
- Cournot, A A, [1838], *Recherches sur les principes mathématique de la théorie des richesses* Marcel Rivière et Cie, Paris, 1938, facsimil av originalutgåvan.
- Crawford, V P, & Haller, H [1990], "Learning How to Cooperate: Optimal Play in Repeated Coordination Games", *Econometrica*, vol 58, s 571–595.
- Cripps, M, [1991], "Learning Rational Expectations in a Policy Game", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol 15, s 297–315.
- Daughety, A F, [1985], "Reconsidering Cournot: The Cournot Equilibrium Is Consistent", *Rand Journal of Economics*, vol 16, s 368–379.
- Easley, D & Kiefer, N M, [1988], "Controlling Stochastic Processes with Unknown Parameters", *Econometrica*, vol 56, s 1045–1064.
- Evans, G W, [1985], "Expectational Stability and the Multiple Equilibria Problem in Linear Rational Expectations Models", *Quarterly Journal of Economics*, vol 100, s 1217–1233.
- Evans, G W, [1986], "Selection Criteria for Models with Non-Uniqueness", *Journal of Monetary Economics*, vol 18, s 147–157.
- Evans, G W, [1989], "The Fragility of Sunspots and Bubbles", *Journal of Monetary Economics*, vol 23, s 297–317.
- Evans, G W & Honkapohja, S, [1992], "On the Robustness of Bubbles in Linear RE Models", *International Economic Review*, vol 33, s 1–14.
- Evans, G W & Honkapohja, S, [1993], "Learning and Economic Fluctuations, Using Fiscal Policy to Steer Expectations", *European Economic Review*, vol 37, s 595–602.
- Evans, G W & Honkapohja, S, [1994], "Learning, Convergence, and Stability with Multiple Rational Expectations Equilibria", *European Economic Review*, vol 38, s 1071–1098.
- Evans, G W & Honkapohja, S, [1995], "Local Convergence of Recursive Learning to Steady States and Cycles in Stochastic Non-

- linear Models", *Econometrica*, vol 63, s 195–206.
- Fellner, W, [1949], *Competition Among the Few*, Knopf, New York.
- Frydman, R, [1982], "Towards an Understanding of Market Processes: Individual Expectations, Learning, and Convergence to Rational Expectations Equilibrium", *American Economic Review*, vol 72, s 652–678.
- Frydman, R, [1987], "Diversity of Information, Least Squares Learning Rules and Market Behavior", Working Paper, New York University, New York.
- Gottfries, N, [1985], "Multiple Perfect Foresight Equilibriums and Convergence of Learning Processes", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol 17, s 111–117.
- Grandmont, J-M & Laroque, G, [1991], "Economic Dynamics with Learning: Some Instability Examples", i Barnett, W A, et al. (red), *Equilibrium Theory and Applications: Proceedings of the Sixth International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, International Symposia in Economic Theory and Econometrics Series, Cambridge University Press, Cambridge, 247–273.
- Guesnerie, R, [1992], "An Exploration of the Eductive Justification of the Rational-Expectations Hypothesis", *American Economic Review*, vol 82, s 1254–1278.
- Harsanyi, J C, [1967], "Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players", I–III, *Management Science*, vol 14, s 159–182, 320–334, 486–502.
- Honkapohja, S, [1995], "Bounded Rationality in Macroeconomics: A Review Essay", *Journal of Monetary Economics*, vol 35, s 509–518.
- Keynes, J M [1936], *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Macmillan, London.
- Kiefer, N M, [1989a], "A Value Function Arising in the Economics of Information", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol 13, s 201–223.
- Kiefer, N M, [1989b], "Optimal Collection of Information by Partially Informed Agents", *Econometric Reviews*, vol 7, s 113–148.
- Kiefer, N M & Nyarko, Y, [1989], "Optimal Control of Unknown Linear Processes with Learning", *International Economic Review*, vol 30, s 571–586.
- Kirman, A & Salmon, M, [1995], *Learning and Rationality in Economics*, Blackwell, Oxford.
- Kurz, M, [1989], "Bounded Ability of Agents to Learn the Equilibrium Price Processes of a Complex Economy", Technical Report no. 540, Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, Stanford University, California.
- Lindh, T, [1991], "The Inconsistency of Consistent Conjectures — Coming Back to Cournot", *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol 18, s 69–90.
- Lindh, T, [1993], "Lessons from Learning to Have Rational Expectations", i Day, R H, Eliasson, G & Wihlborg, C (red), *The Markets for Innovation, Ownership and Control*, North-Holland, Amsterdam och Industriens Utredningsinstitut, Stockholm, s 81–115.
- Ljung, L, [1977], "Analysis of Recursive Stochastic Algorithms", *I.E.E.E. Transactions of Automatic Control*, vol Ac-22, s 551–557.
- Ljung, L & Söderström, T, [1983], *Theory and Practice of Recursive Identification*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Lucas Jr, R E, [1976], "Econometric Policy Evaluation: A Critique", i Brunner, K & Meltzer, A (red), *The Phillips Curve and the Labor Market*, Vol. 1 of Carnegie-Rochester Conference on Public Policy, a supplementary series to the *Journal of Monetary Economics* North-Holland, Amsterdam.
- Lucas Jr, R E, [1978], "Asset Prices in an Exchange Economy", *Econometrica*, vol 46, s 1429–1445.
- Marcet, A & Sargent, T J, [1987], "Convergence of Least Squares Learning in Environments with Hidden State Variables and Private Information", stencil, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.
- Marcet, A & Sargent, T J, [1989a], "Convergence of Least Squares Learning Mechanisms in Self-Referential Linear Stochastic Models", *Journal of Economic Theory*, vol 48, s 337–368.
- Marcet, A & Sargent, T J, [1989b], "Convergence of Least Squares Learning in Environments with Hidden State Variables and Private Information", *Journal of Political Economy*, vol 97, s 1306–1322.
- Margaritis, D, [1987], "Strong Convergence of Least Squares Learning to Rational Expecta-

- tions", *Economics Letters*, vol 23, s 157–161.
- Moreno, D & Walker, [1994], "Two Problems in Applying Ljung's 'Projection Algorithms' to the Analysis of Decentralized Learning", *Journal of Economic Theory*, vol 62, s 420–427.
- Muth, J F, [1961], "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica*, vol 29, s 315–335.
- Perry, M K, [1982], "Oligopoly and Consistent Conjectural Variations", *Bell Journal of Economics*, vol 13, s 197–205.
- Radner, R, [1982], "Equilibrium and Uncertainty", i Arrow, K J & Intriligator, M D (red), *Handbook of Mathematical Economics, II*, North Holland, Amsterdam, s 923–1006.
- Rothschild, M, [1974], "A Two-Armed Bandit Theory of Market Pricing", *Journal of Economic Theory*, vol 9, s 185–202.
- Samuelson, P A, [1941], "The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics", *Econometrica*, vol 9, s 97–120.
- Samuelson, P A, [1942], "The Stability of Equilibrium: Linear and Non-Linear Systems", *Econometrica*, vol 10, s 1–25.
- Sargent, T J, [1993], *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Arne Ryde Memorial Lectures, Oxford and Clarendon Press, New York.
- Spear, S E, [1989], "Learning Rational Expectations Under Computability Constraints", *Econometrica*, vol 57, s 889–910.
- von Stackelberg, H, [1934], *Marktform und Gleichgewicht*, Springer Verlag, Wien.
- Thomas, J, [1993], "Non-Computable Rational Expectations Equilibria", *Mathematical Social Sciences*, vol 25, s 133–142.
- Townsend, R M, [1983], "Equilibrium Theory with Learning and Disparate Expectations: Some Issues and Methods", i Frydman, R & Phelps, E S (red), *Individual Forecasting and Aggregate Outcomes: 'Rational Expectations' Examined*, Cambridge University Press, New York.
- Woodford, M, [1990], "Learning to Believe in Sunspots", *Econometrica*, vol 58, s 277–307.