

# Skall aktier dominera långsiktiga portföljer?

nr 3 2005 årgång 33

*I Sverige liksom i många andra högindustrialiserade länder sparar individerna själva till pensionen. Detta är ett långsiktigt sparande där valet mellan räntebärande tillgångar och aktier är centralt. De flesta rådgivare påstår att det är klokt att placera en större del i aktier ju längre tid som sparandet binds. Har dessa råd någon vetenskaplig grund? Kan man visa att det finns systematiska skillnader i aktiens portföljvikt mellan olika investeringshorisonter? Vi undersöker denna fråga för den svenska marknaden. Våra resultat tyder på att aktiernas vikt ökar med investeringshorisonten, medan motsatsen gäller för en räntebärande tillgång.*

I dessa tider när de offentliga pensionssystemen i de flesta högindustrialiserade länder inte förväntas ge tillräcklig utkomst måste befolkningen tänka på att själva spara till pensionen. Därmed kommer valet av sparandets sammansättning i fokus. Detta sparande är för de flesta av långsiktig natur. T o m de flesta fyrttioåringar har fortfarande i genomsnitt tio år kvar till pensionen. I en situation där ett fåtal tillgångsslag – aktier, korta och långa räntebärande tillgångar samt fastigheter – dominerar investeringsportföljen är det naturligt att ställa sig frågan om portföljens sammansättning skall variera med investeringens längd. De flesta rådgivare påstår att det är klokt att placera en större del i aktier ju längre tid som sparandet binds. Har dessa råd någon vetenskaplig grund? Går det att med statistiska metoder visa att det finns systematiska skillnader i t ex aktiens portföljvikt mellan portföljer med olika investeringshorisonter? Ett annat sätt att formulera detta är att fråga huruvida tidsdiversifiering existerar.

Den finns en vetenskaplig debatt kring detta ämne. En del ekonomer anser att aktiers relativa risk i förhållande till räntebärande tillgångar minskar med investeringshorisonten (Lee 1990, Siegel 1994, Thorley 1995). Andra välkända ekonomer kritiserar detta påstående, t ex P A Samuelson (1994), Bodie, Merton och W F Samuelson (1992) samt Jagannathan och Kocherlakota (1996). De senares kritik grundas på följande teoretiska resultat: om avkastningsserien följer en slumpvandring och investerarna har konstant relativ riskaversion<sup>1</sup> så existerar inte tidsdiversifiering. De två lägren analyserar emellertid inte samma typ av investeringsproblem: P A Samuelson m fl studerar ett problem där den givna investeringshorisonten är uppdelad i mindre perioder med samma längd och investerarna balanseerar om portföljerna mellan varje period. Det motsatta lägret ser istället på

<sup>1</sup> En investerare med konstant relativ riskaversion kommer alltid att hålla samma andel i de riskbärande tillgångarna oavsett förmögenhetens storlek.

## **BJÖRN HANSSON OCH MATTIAS PERSSON**

*Björn Hansson* är professor i nationalekonomi vid Lunds Universitet. Hans forskning är inriktad på estimering av finansiell risk. Bjorn.Hansson@nek.lu.se

*Mattias Persson* är fil dr i nationalekonomi från Lunds Universitet. Han är numera enhetschef på avdelningen för finansiell stabilitet vid Sveriges Riksbank. De synpunkter som framförs representerar artikelförfattarens egen uppfattning och skall inte tas som uttryck för Riksbankens syn i berörda frågor. Mattias.Persson@riksbank.se

effekten av att förlänga investeringshorisonten för en ”köpa-och-behålla” (buy-and-hold) strategi.<sup>2</sup>

En liknande frågeställning har tidigare behandlats i *Ekonomisk Debatt* (Frennberg och Hansson 1991), men i den analysen ställdes aldrig frågan om det gick att finna några systematiska samband mellan ett tillgångsslags portföljvikt och investeringslängden. Det är nämligen svårt att analysera förekomsten av statistiskt signifikanta skillnader i t ex aktiens vikt mellan portföljer med olika investeringshorisonter, eftersom det bara finns en realiserad avkastningsserie.<sup>3</sup> I vår undersökning har vi emellertid utnyttjat en metod som kallas ”bootstrapping”, vilken gör det möjligt att simulera avkastningsserier. Med hjälp av denna metod kan vi konstruera ett stort antal simulerade avkastningsserier för varje tillgångsslag. Var och en av dessa avkastningsserier används sedan som input för att finna en uppsättning optimala portföljvikter. I slutändan erhåller vi en empirisk fördelning<sup>4</sup> av portföljvikter för varje tillgång och löptid. Denna empiriska fördelning utgör utgångspunkten för den statistiska analysen. På detta sätt tar vi hänsyn till den så kallade ”estimeringsrisken”, dvs den risk som förknippas med att de sanna parametrarna i avkastningsfördelningen är okända och därför måste estimeras. För den så kallade MV-optimeringen, där investerarna enbart bedömer tillgångarna utifrån förväntad avkastning (M) och risk (V), innebär detta att den information om t ex förväntad avkastning som används endast är estimerad från det givna samplet och inte de sanna värdena. Detta är ett mycket viktigt problem eftersom det är välkänt att de optimala portföljvikterna inom MV-analysen är mycket känsliga för små förändringar i värdena på parametrarna i avkastningsfördelningen, i synnerhet när det gäller förväntad avkastning (Best och Grauer 1991). Vi koncentrerar oss emellertid på portföljvikterna, medan de traditionella analyserna av estimeringsrisk studerar de effektiva portföljernas medelavkastning och varians.

I denna undersökning utgår vi från avkastningsdata för perioden 1919 till 2002. Vi studerar två tillgångslag: en väldiversifierad aktieportfölj och en kort räntebärande tillgång. I fortsättningen benämns de båda tillgångarna ”aktie” respektive ”växel”. Vårt syfte är att analysera om portföljvikterna för aktien och växeln kommer att variera på ett signifikant sätt med investeringshorisonten för en investerare som använder sig av MV-kriteriet för att bestämma portföljsammansättningen inom ramen för en ”köpa-och-behålla”-strategi. Analysen förutsätter att investeraren i sitt optimeringsproblem använder historiska uppskattningar av följande parametrar: förväntad realavkastning, varians och kovarians. Investeraren försöker inte att utnyttja eventuella tidseriesamband som kan finnas i dataserien. Vi tar

<sup>2</sup> En ”köpa-och-behålla” strategi, ”buy-and-hold” på engelska, innebär att investeraren avser att behålla tillgångarna till investeringsperiodens slut. I det fall att en tillgång ger en utdelning eller liknande kommer denna att återinvesteras i samma tillgång.

<sup>3</sup> Aktiens månadsavkastning antas följa en okänd statistisk fördelning och historien genererar tyvärr bara en dragning, eller ”realiserad” avkastning, per månad.

<sup>4</sup> Fördelningen är empirisk eftersom vi inte vet om den överensstämmer med den teoretiska.

implicit hänsyn till sådana samband genom att via återsampling, ”bootstrapping”, konstruera ett stort antal avkastningsserier.<sup>5</sup> Vi har tidigare studerat samma problem på den amerikanska marknaden och resultaten tyder på att tidsdiversifiering finns (Hansson och Persson 2000).

Vårt specifika bidrag är att generera den empiriska fördelningen för de optimala vikterna via ”bootstrapping”. På det sättet är vi inte begränsade av att vårt sampel enbart innehåller ett fåtal långa investeringshorisonter som inte överlappar. Istället kan vi via återsampling konstruera empiriska fördelningar för de optimala vikterna och informationen i samplet används på det sättet till det yttersta. Det är således inte enbart möjligt att studera existensen av tidsdiversifiering utan också att testa om skillnaderna mellan optimala vikter för olika investeringshorisonter är statistiskt signifikanta.

Vår undersökning visar att tidsdiversifiering existerar. Både mycket riskaversiva som mer riskbenägna investerare ökar allokeringen av aktier med investeringshorisonten.

I nästa avsnitt presenteras avkastningsserierna och vi ger en bakgrund till de använda metoderna för portföljvalsoptimering och ”bootstrapping”. Därefter presenterar vi de empiriska resultaten. Det sista avsnittet summerar vår studie.

## 2. Data och metod

### *Data*

Vi har avkastningsserier på månatlig basis för en väldiversifierad aktieportfölj och en statsskuldsväxel för perioden 1919 till 2002. Alla serier är uttryckta som index för totalavkastningen, dvs den inkluderar återinvesterade utdelningar och kuponger. Aktieserien är *Affärsvärldens generalindex* som är en väldiversifierad aktieportfölj. Statsskuldsväxeln är fram till april 1980 en tänkt placering till Riksbankens diskonto och därefter den korta penningmarknadsräntan.<sup>6</sup> Investerarna bryr sig enbart om den reala konsumtionen och alla serier är därför justerade för inflation via ett säsongrensat konsumtionsprisindex.

### *Effektiva portföljer*

Investerarna antas använda MV-kriteriet när de bildar optimala portföljer och investeringshorisontens längd ( $IH$ ) är ett år ( $IH=1$ ), fem år ( $IH=5$ ) samt tio år ( $IH=10$ ). Optimeringsproblemet består i att finna de portföljvikter som minimerar skillnaden mellan risk, som är något negativt, och förväntad avkastning, som är något positivt, för en given investeringshorisont.<sup>7</sup> För att kunna jämföra risk och förväntad avkastning utnyttjas ”risktoleran-

<sup>5</sup> Vi använder en speciell variant av ”bootstrapping” med så kallade ”moving blocks”.

<sup>6</sup> Se Frennberg and Hansson (1992) för detaljerna vid konstruktionen av avkastningsserierna.

<sup>7</sup> Det explicita uttrycket är:  $x'\Sigma x - \lambda \cdot \mu'x$ . Där  $x$  är en vektor av portföljvikter,  $\Sigma$  är en varianskovarians matris,  $\mu$  är en vektor av förväntade avkastningar och  $x'$  betecknar transponat. Det antas att agenterna inte blankar och portföljvikterna  $x$  måste därför vara större än noll.

sen” eller den marginella substitutionskvoten mellan förväntad avkastning och risk, som betecknas med  $\lambda$  (lamda). En investerare med hög risktolerans väljer en portfölj med ett högt  $\lambda$ , medan en person med extremt låg risktolerans,  $\lambda=0$ , väljer en portfölj med minsta möjliga risk, den så kallade ”mvp-portföljen”.

Problemet ovan kommer att lösas för ett i förväg definierat  $\lambda$ . För att få optimala portföljvikter för olika typer av investerare låter vi risktoleransen  $\lambda$  variera i ett intervall från noll till ett, vilket innebär att lösningen kommer att inkludera mvp-portföljen såväl som effektiva portföljer för investerare med mycket hög risktolerans. När vi jämför portföljvikterna för olika tids horisonter håller vi  $\lambda$  konstant, vilket betyder att de effektiva portföljerna kommer att ha olika risk och förväntad avkastning, men kvoten mellan risk och förväntad avkastning är densamma.

### ”Bootstrapping”

Via simulering konstrueras 1000 par ”nya” serier för våra två tillgångar. Dessa serier har samma längd som den ursprungliga serien och för varje ny serie beräknas förväntad avkastning och risk. Vi analyserar sedan hur portföljvikterna för aktierna och växeln varierar med investeringshorisonten för varje ny serie. Slutresultatet är en mängd av 1000 optimala portföljvikter för varje investeringshorisont  $IH$ , vilket ger en empirisk fördelning av portföljvikterna för aktier och växel för olika värden på  $IH$ . Dessa fördelningar är nu underlaget för en statistisk analys. Vi konstruerar ett 90-procentigt konfidensintervall för vikterna genom att sortera dem i stigande ordning: den 5:e percentilen blir helt enkelt den 50:e observationen och den 95:e percentilen blir den 950:e observationen. Storleken på detta intervall ger en indikation på estimeringsriskens storlek.

## 2. Empirisk analys

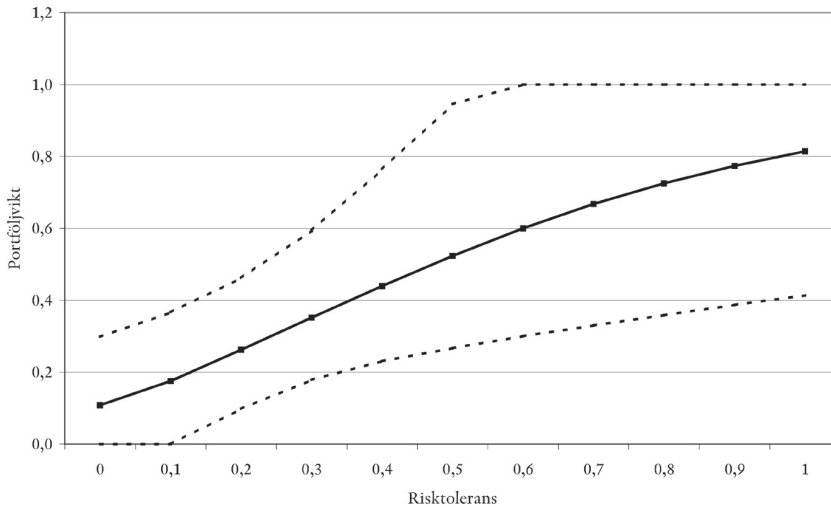
### Tidsdiversifiering

Huruvida tidsdiversifiering förekommer, dvs huruvida portföljvikterna varierar på ett signifikant sätt med investeringshorisonten, analyseras först genom att enbart jämföra de genomsnittliga vikterna och därefter gör vi en riktig statistisk analys.

Tabell 1 visar hur aktiers genomsnittliga vikt och 90-procentiga konfidensintervall varierar med investeringshorisont och risktolerans. Vi återger bara resultat för en risktolerans som varierar mellan noll och ett,  $0 \leq \lambda \leq 1$ , eftersom en effektiv portfölj i allmänhet till 100 procent består av aktier för värden på  $\lambda$  som är större än ett. Resultaten för växeln presenteras inte eftersom de är exakt spegelvända till resultaten för aktieportföljen. Den genomsnittliga vikten för aktier ökar med risktoleransen, medan den faller för växeln (se *Figur 1*). För  $IH=5$  är t ex vikten för aktier 10,8 procent när  $\lambda=0$  och 81,4 procent när  $\lambda=1$ . För samma  $\lambda$  är dessutom aktieandelen alltid större för  $IH=10$  och  $IH=5$  jämfört med  $IH=1$ : t ex för  $\lambda=0,5$  är vikten 38,3 procent

$\lambda$	5%	IH1	95%	5%	IH5	95%	5%	IH10	95%
1	0,278	0,705	1,000	0,414	0,814	1,000	0,359	0,808	1,000
0,9	0,255	0,651	1,000	0,387	0,774	1,000	0,331	0,774	1,000
0,8	0,237	0,590	1,000	0,358	0,725	1,000	0,304	0,734	1,000
0,7	0,213	0,524	0,897	0,330	0,668	1,000	0,269	0,685	1,000
0,6	0,187	0,454	0,769	0,300	0,600	1,000	0,239	0,627	1,000
0,5	0,163	0,383	0,644	0,267	0,523	0,945	0,203	0,559	1,000
0,4	0,139	0,311	0,521	0,231	0,439	0,764	0,153	0,480	1,000
0,3	0,111	0,239	0,393	0,179	0,352	0,594	0,095	0,392	0,850
0,2	0,081	0,167	0,276	0,098	0,262	0,462	0,016	0,298	0,668
0,1	0,042	0,095	0,167	0,000	0,175	0,366	0,000	0,206	0,519
0	0,000	0,029	0,095	0,000	0,108	0,298	0,000	0,132	0,394

$\lambda$  är risktoleransen. IH1, IH5 och IH10 är investeringshorisonterna för ett, fem respektive tio år. 5% och 95% är gränserna för konfidensintervallet.



Figur 1  
Medelvärde och konfidensintervall för en femårig investeringshorisont för olika nivåer på risktoleransen

Den heldragna linjen visar medelvärdet medan de streckade linjerna visar gränserna för konfidensintervallet.

för  $IH=1$  och 52,3 respektive 55,9 procent för  $IH=5$  och  $IH=10$ . Vi finner de största relativa skillnaderna i genomsnittlig vikt för låga värden på risktoleransen. Studerar vi den genomsnittliga aktievikten för  $\lambda=0$ , dvs.mvp-portföljen, vid investeringshorisonterna ett respektive tio år ( $IH=1$  respektive  $IH=10$ ) ser vi att genomsnittet ökar från 2,9 till 10,8 procent. Gör vi samma jämförelse för  $\lambda=1$  så stiger medelvärdet från 70,5 till 81,4 procent. Om tidsdiversifiering existerar kommer de relativa skillnaderna alltid att vara större

$\lambda$	d = 0,01		d = 0,03		d = 0,05		d = 0,07		d = 0,1	
	X5>X1	X10>X1	X5>X1	X10>X1	X5>X1	X10>X1	X5>X1	X10>X1	X5>X1	X10>X1
1,0	675	604	637	568	589	527	541	500	474	454
0,9	729	649	695	616	652	589	596	553	526	507
0,8	788	701	751	668	708	642	652	597	562	543
0,7	824	730	775	685	736	660	686	624	598	582
0,6	841	741	794	702	750	672	700	640	604	593
0,5	849	749	799	710	748	673	695	639	578	600
0,4	846	755	793	715	737	668	666	642	552	578
0,3	841	760	779	716	715	663	632	624	506	548
0,2	815	736	749	692	671	641	592	594	460	516
0,1	767	700	701	667	614	611	529	566	401	471
0,0	697	638	628	596	566	558	485	506	366	422

Tabell 2  
Matchning av  
portföljvikterna vid  
olika investerings-  
horisonter och  
avstånd givet nivån  
på risktoleransen

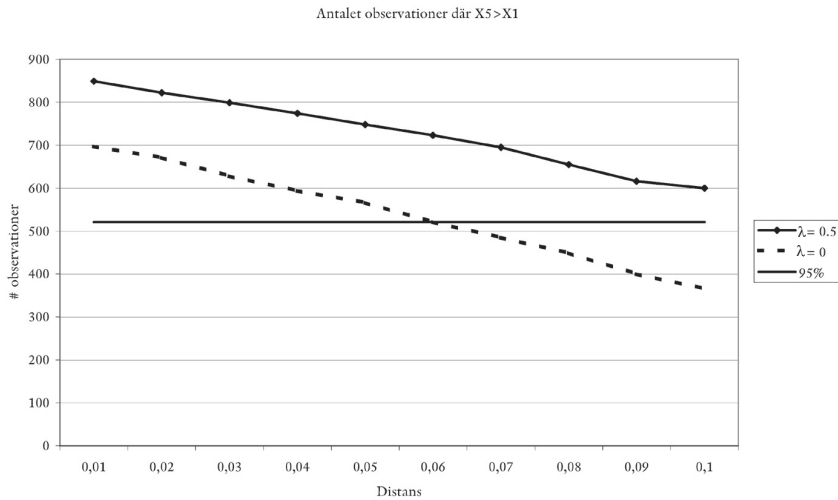
$\lambda$  är risktoleransen,  $X_5 > X_1$  etc, visar antalet tillfällen där vikten för den femåriga investeringshorisonten är  $d$  procent större än vikten för den ettåriga horisonten.

vid låg risktolerans eftersom blankningsrestriktionen medför att aktier har en övre gräns på 100 procent. Detta ses tydligt i tabell 1: redan för  $\lambda \geq 0,8$  är 95-procentsgränsen ett för alla investeringshorisonter.

En analys baserad på medelvärdena tyder således på att tidsdiversifiering föreligger. Denna slutsats tar emellertid inte hänsyn till att det finns en spridning kring medelvärdena. I tabell 1 och figur 1 kan vi se att konfidensintervallen ökar med risktoleransen.<sup>8</sup> För  $\lambda = 0,5$  är visserligen medelvärdet för både  $IH=5$  och  $IH=10$  klart större än medelvärdet för  $IH=1$ , men samtidigt finns det dragningar där vikten för  $IH=1$  är större än dessa medelvärden. Den stora poängen med att använda "boot-strapping" är att vi kan ta hänsyn till att portföljvikterna bör ha en spridning eller fördelning. Om vi enbart hade använt vårt historiska sampel så hade vi bara fått ett enda värde för varje risktolerans och investeringshorisont, och dessa värden hade i stort sett sammanfallit med våra medelvärden i tabell 1.

Det mest effektiva statistiska testet är att matcha vikterna från samma dragning eller trajektoria. Vi gör parvisa jämförelser för samma risktolerans där vi beräknar antalet observationer för vilka vikterna för  $IH=5$  och  $IH=10$  är större än motsvarande vikt för  $IH=1$ . Denna procedur leder till mindre estimeringsfel eftersom extrema ettårsvikter oftast sammanfaller med extrema vikter för de långa horisonterna. Nackdelen är dock att det inte görs någon åtskillnad mellan en stor och liten differens mellan aktievikterna, utan så fort aktievikten för  $IH=5$  är större än motsvarande vikt för  $IH=1$  registreras detta som en fördel för  $IH=5$ . Från en ekonomisk synvinkel är det

<sup>8</sup> Detta är en effekt av så kallad "error maximization", vilket innebär att i sökandet efter tillgångar som ökar portföljens förväntade avkastning och/eller minskar risken kommer optimeringsproceduren att välja tillgångar med överestimerad förväntad avkastning respektive underestimerad risk (se Michaud 1989). Vårt resultat att.mvp-portföljen har minst estimeringsrisk är välkänt från tidigare undersökningar (se t ex Best och Grauer 1991).



Figur 2  
Skillnader i vikt mellan olika investeringshorisonter för skilda risknivåer och distans

Figuren visar antalet tillfällen där vikten för den femåriga investeringshorisonten är  $d$  procent större än vikten för den ettåriga horisonten. Två nivåer på risktoleransen har använts, nämligen  $\lambda=0$  respektive  $\lambda=0,5$ . Det kritiska värdet på 95-procentsnivån är den heldragna linjen.

dock rimligt att betrakta små absoluta skillnader som oavgjorda resultat och att enbart ta med differenser över en viss absolut storlek vid beräkningen av ekonomisk signifikans. För att mäta den ekonomiska signifikansen kräver vi att skillnaden mellan aktievikterna är större än ett i förväg specificerat avstånd ( $d$ ) för att registreras som ”större än”. Denna metod innebär att ju större  $d$ , desto fler oavgjorda matcher. Vi låter avståndet variera mellan ett och tio procent på grundval av intuitionen att några få procent kan vara ekonomiskt betydelsefulla när portföljvikterna är små, medan  $d$  bör vara betydligt större när vikterna ligger kring 50 procent.

Resultatet presenteras i tabell 2 och figur 2. För  $\lambda=0,5$  varierar antalet observationer där aktievikten för  $IH=5$  är större än för  $IH=1$  från 849 till 578 när  $d$  varierar från en till tio procent. De kritiska värdena är 521 och 537 för 95-procentigt respektive 99-procentigt konfidensintervall. Detta betyder att för  $\lambda=0,5$  är skillnaderna signifikanta även när  $d=10\%$ . För investeraren med lägst risktolerans,  $\lambda=0$ , är skillnaderna fortfarande signifikanta när  $d=5\%$ . Resultaten är inte lika signifikanta för  $\lambda=1$ , vilket beror att den övre gränsen för vikterna är ett och det blir således ofta oavgjort resultat för detta värde på risktoleransen. Vår slutsats är att det finns ett systematiskt och ekonomiskt betydelsefullt samband mellan investeringshorisont och portföljvikterna för aktier och växel i MV-effektiva portföljer. På grundval av dessa resultat bör en investerare med en lång investeringshorisont satsa relativt sett mer på aktier än på växeln jämfört med en investerare med en kort horisont.

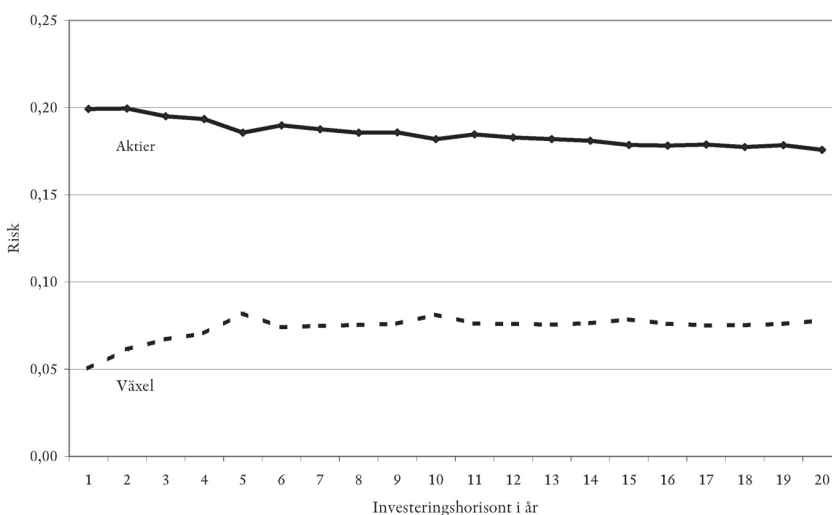
### Tentativ förklaring till tidsdiversifiering

Våra resultat tyder alltså på att vikten för aktier ökar signifikant med investeringshorisonten, medan motsatsen gäller för växel. En möjlig förklaring är att aktiernas avkastningsprocess för längre horisonter tenderar att dras tillbaka till medelvärdet, så kallad "mean-reverting", och/eller att växels process är positivt autokorrelerad. Detta medför att risken inte växer proportionellt med investeringshorisonten, vilket skulle gälla om avkastningsprocessen följde en slumpvandring. Figur 3 visar att risken för aktieavkastningen faller med investeringshorisonten, vilket är ett tecken på att processen återvänder till sitt medelvärde. För växeln gäller precis motsatsen: risken ökar med horisonten, vilket tyder på positiv autokorrelation.

## 3. Slutsatser

Artikeln huvudsyfte har varit att analysera om de MV-effektiva vikterna för en väldiversifierad aktieportfölj respektive ett kort räntebärande instrument varierar på ett systematiskt sätt med investeringshorisonten för "köpa och-behålla" strategier. I denna analys har vi hållit risktoleransen konstant, medan investeringshorisonten har varierat mellan ett, fem och tio år. Vi har använt existerande reala avkastningsserier för en väldiversifierad aktieportfölj, *Affärsvärldens generalindex*, och ett kort räntebärande instrument som nominellt sett är riskfritt. En statistisk metod som kallas "bootstrapping" har använts för att kunna avgöra om eventuella variationer är systematiska i en statistisk och ekonomisk mening. Våra resultat tyder på att allokeringen av aktier skall öka med investeringshorisonten både för mycket riskaversiva som för mer riskbenägna investerare.

Figur 3  
Riskens variation  
med investerings-  
horisonten



Figuren visar hur aktiens och växels risk, mätt som standardavvikelse, varierar med investeringshorisonten.



Best, M och R Grauer (1991), "On the Sensitivity of Mean-Variance Efficient Portfolios in Asset Means: Some Analytical and Computational Results", *Review of Financial Studies*, vol 4, s 315-342.

Bodie, Z, R C Merton och W F Samuelson (1992), "Labor Supply Flexibility and Portfolio Choice in a Life Cycle Model", *Journal of Economics Dynamics and Control*, vol 16, s 427-49.

Frennberg, P och B Hansson (1992) "Computation of a Monthly Index for Swedish Stock Returns 1919-1989", *Scandinavian Economic History Review*, vol 40, s 3-27.

Frennberg, P och B Hansson (1991), "Bör pensionsparande ske i aktier?", *Ekonomisk Debatt*, årg 19, nr 3, s 219-229.

Hansson B och M Persson (2000), "Time diversification and Estimation Risk", *Financial Analysts Journal*, vol 56, s 55-62.

Jagannathan, R och N R Kocherlakota (1996), "Why Should Older People Invest

Less in Stocks Than Younger People?", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, vol 20, s 11-23.

Lee, W Y (1990), "Diversification and Time, Do Investment Horizons Matter?", *The Journal of Portfolio Management*, vol 12, s 21-26.

Michaud, R O (1989), "The Markowitz Optimization Enigma: Is Optimized Optimal?", *Financial Analysts Journal*, vol 45, s 31-42.

Michaud, R O (1998), *Efficient Asset Management*, Harvard Business School Press, Boston.

Thorley, S R (1995), "The Time-Diversification Controversy", *Financial Analysts Journal*, vol 5, s 68-76.

Samuelson, P A (1994), "The Long-Term Case for Equities and How it can be Over-sold", *The Journal of Portfolio Management*, vol 16, s 15-24.

Siegel, J J (1994), *Stocks for the Long Run*, Irwin, Chicago.

## REFERENSER