

Spelteori – analys av konflikt och samarbete

**TORE ELLINGSEN
OCH JÖRGEN W
WEIBULL**

Tore Ellingsen är professor vid Handelshögskolan i Stockholm och innehar för närvarande Ragnar Söderbergs professur där. tore.ellingsen@hhs.se

Jörgen W Weibull innehar A O Wallenbergs professur vid Handelshögskolan i Stockholm. jorgen.weibull@hhs.se

Båda är ledamöter i ekonomipris-kommittén.

Ekonomipriset för 2005 tilldelades Robert J Aumann och Thomas C Schelling för att genom spelteoretisk analys ha fördjupat vår förståelse av konflikt och samarbete. I denna artikel beskrivs deras prisbelönda bidrag.

Krig och andra konflikter hör till de främsta källorna till mänskligt lidande. Ett visst mått av samarbete är en nödvändig förutsättning för utveckling och välbefinnande. Detta gäller såväl länder, företag, organisationer, lokalsamhällen som familjer.

Inom samhällsvetenskaperna har man länge försökt förstå orsakerna bakom konflikter och förutsättningarna för samarbete. Utvecklingen av spelteorin vid mitten av förra århundradet öppnade vägen för mer stringenta och allmängiltiga analyser. Spelteorins grunder lades i en klassisk monografi från 1944 av ekonomen Oskar Morgenstern och matematikern John von Neumann, *The Theory of Games and Economic Behavior*. Under 1950- och 1960-talen bidrog 1994 års ekonomipristagare, John Harsanyi, John Nash och Reinhard Selten med nya lösningsbegrepp och insikter som vidgade spelteorins tillämpningsområde och stärkte dess prediktionskraft.

Det mest centrala av dessa lösningsbegrepp är Nashjämvikten. En uppsättning strategier, en för varje spelare, utgör en sådan jämvikt om varje spelares strategi är optimal gentemot de andras. Harsanyi visade hur detta lösningsbegrepp kan generaliseras till spel med ofullständig information och Selten visade hur det kan förfinas i dynamiska spel och i spel där spelare begär misstag med (oändligt) små sannolikheter. Dessa forskares stora intellektuella prestationer skulle dock ha varit till föga nytta om inte spelteorins verktyg också visat sig användbara för analys av viktiga samhällsfrågor. Till en början var användbarheten ingalunda uppenbar. Skulle spelteorin verkligen kunna kasta nytt ljus över de urgamla problemen kring ekonomiska och sociala konflikter och samarbete?

Två forskare, *Robert J Aumann* and *Thomas C Schelling*, har spelat huvudrollerna när den icke-kooperativa spelteorin kommit att tillämpas på några av samhällsvetenskapernas kärnfrågor.¹ Trots deras olika bakgrund – Aumann med sin doktorsavhandling inom den abstrakta och på den tiden föga tillämpbara knutteorin och Schelling med sin mer tillämpade avhandling om nationalinkomstens bestämningsfaktorer – var de båda övertygade

Vi tackar Peter Englund för kommentarer.

¹ Medan icke-kooperativ spelteori utgår från spelarnas strategimängder, information och preferenser, utgår den kooperativa spelteorin från den mängd bindande överenskommelser som står till spelarnas förfogande.

om att spelteorin ägde kraft att i grunden förändra analysen av ekonomiskt och socialt samspel. Kort uttryckt kan man säga att Schelling visade att viktiga interaktioner med möjligheter för såväl samarbete som konflikt låter sig fruktbart modelleras som icke-kooperativa spel, medan Aumann visade hur spelteorin medger en stringent och precis analys även av komplexa och varaktiga strategiska interaktioner.

Trots att deras arbeten om samarbete och konflikt mottogs väl redan när de först publicerades vid slutet av 1950-talet, tog det lång tid innan Aumanns och Schellings visioner kom att materialiseras fullt ut. Eftersläpningen återspeglar såväl idéernas originalitet som de följande stegens svårighet. Idag har spelteorin kommit att bli ett allmänt accepterat språk och analysredskap inom nationalekonomin liksom inom flera andra samhällsvetenskaper. Dagens nationalekonomiska analys av samarbete och konflikt bygger nästan utan undantag på Aumanns och Schellings bidrag.

1. Thomas Schelling

I sin bok *The Strategy of Conflict* lanserar Thomas Schelling (1960) visionen av icke-kooperativ spelteori som ett paradigm för samhällsvetenskaperna. Genom att lyfta blicken från nollsummespel, som spelteoretiker huvudsakligen ägnade sig åt vid den tiden, visade han att spelteorin är användbar för analys av så gott som alla beslutsproblem som omfattar mer än en beslutsfattare.² Grunden för en sådan vidgning var redan lagd av 1994 års ekonomipristagare John Nash, som i Nash (1950a, 1951) hade bevisat att alla spel med ett ändligt antal rena strategier har minst en (Nash-)jämvikt.³ Schelling tog sig nu an uppgiften att finna jämvikter i intressanta klasser av spel och att undersöka huruvida sådana jämvikter belyser viktiga ekonomiska och sociala interaktioner.

Konflikt, självbindning och koordination

Schellings första stora bidrag är hans analys av bilaterala förhandlings-situationer, först publicerad i artikelform, Schelling (1956), senare återgivet som kapitel 2 i boken från 1960. Termen ”förhandling” är här tolkad i vid mening och innefattar även sådana situationer som när två dynamitlastade bilar möts på en smal väg – ett av Schellings många färgstarka och konkreta exempel.

En förhandlingssituation innehåller alltid en intressekonflikt där varje part söker uppnå en så fördelaktig överenskommelse som möjligt. Samtidigt ligger det i bådars intresse att komma överens, varför det ofta kan löna sig att ge vika något för att undvika att förhandlingen bryter samman. Varje

² I nollsummespel är summan av spelarnas vinster och förluster konstant (noll), dvs spelarna har diametralt motsatta intressen, som t ex i schack.

³ Icke-randomiserade strategier kallas *rena* medan randomiserade strategier kallas *blandade*. Nash bevisade existensen av jämvikt i blandade strategier för spel med ändligt många rena strategier. (Observera att en ren strategi kan ses som ett specialfall av en blandad strategi, nämligen då en viss ren strategi spelas med sannolikhet ett.)

part måste alltså väga sin önskan om en stor andel av kakan mot risken att kakan försvinner helt och hållet.

När Schelling skrev sin artikel arbetade de flesta ekonomer som sysslade med förhandlingar utifrån ett kooperativt eller normativt perspektiv, exempelvis med frågan om vilka överenskommelser som bör anses vara rättvisa. Ett undantag utgjorde dock John Nash, som i Nash (1950b, 1953) analyserade förhandlingar utifrån såväl ett kooperativt som ett icke-kooperativt perspektiv. Medan Nashs formulering av problemet tillät en elegant matematisk analys, till priset av att han fick bortse från en del realistiska förhandlingstaktiker, ställde sig Schelling just frågan vilka taktiker en förhandlingspart kan använda och vilka som är fördelaktiga under olika omständigheter.

Schelling betonar speciellt hur en part kan tjäna på att begränsa eller försämra sina egna handlingsalternativ för att därigenom utvinna eftergifter från motparten. Likaväl som en general kan bränna broar bakom egna trupper för att trovärdigt visa att han inte kommer att retirera, kan det vara klokt av en företagsägare att begränsa förhandlingsmandatet för sin verkställande direktör, eller av en politiker att offentligen utfärda löften som det är politiskt dyrbart att bryta. Schelling visade att en sådan självbindande taktik fungerar om bindningen är oåterkallelig eller endast kan upphävas mot en hög kostnad, medan självbindning som är lätt att upphäva inte kommer att leda till några eftergifter från motparten.

Schellings analys av trovärdig självbindning, ”credible commitment”, visade att vissa Nashjämvikter är mindre plausibla än andra. Denna insikt inspirerade 1994 års ekonomipristagare Reinhard Seltens arbete med förfining av Nashjämviktsbegreppet, särskilt hans begrepp ”delspelsperfektion”.⁴ Schellings och Seltens arbeten om strategisk självbindning kom att stimulera en livaktig nationalekonomisk forskning, till att börja med främst inom industriell organisationsteori. De analyser av strategiska investeringar i oligopolmarknader som gjordes av bland andra Schellings student Michael Spence (1977) – ekonomipristagare 2001 – och Avinash Dixit (1980) är framstående exempel på den omfattande litteratur om strategisk självbindning som tog fart mot slutet av 1970-talet. Genom att ändra sin kostnadstruktur kan företag på marknader med ofullständig konkurrens påverka konkurrenternas beteende. Dixit och Spence visade att detta förvisso kunde leda till ökade egna kostnader och mindre effektiv produktion, men att resultatet trots allt kunde bli höjda vinster till följd av mjukare konkurrens.

Ett annat exempel på idén om strategisk självbindning ges av de senaste

⁴ En Nashjämvikt är *delspelsperfekt* (Selten 1965) i ett spel på extensiv form om den inducerar en Nashjämvikt i varje delspel. Eftersom Nashjämvikt endast kräver optimalitet vid de informationsmängder som nås med positiv sannolikhet när strategiprofilen ifråga spelas, kan en Nashjämvikt inbegripa ”hot” eller ”löften” som inte kommer att infrias. Delspelsperfektion ”rensar” bort många sådana jämvikter, och i ett senare arbete, för vilket Selten prisbelönades, utvecklade han ett starkare villkor, ”perfektion”, som utesluter alla icke-trovärdiga hot och löften, Selten (1975).

decenniernas forskning om penningpolitiska institutioner. Här är huvudpoängen att väljare och politiker under vissa omständigheter kan gynnas av att delegera penningpolitiken till beslutsfattare som ges ett mer begränsat mål, t ex enbart inflation, än de övergripande politiska målen som också innefattar låg arbetslöshet. Förra årets ekonomipris till Finn Kydland och Edward Prescott belönade delvis deras forskning om trovärdighet i ekonomisk politik.

Kalla kriget var en viktig inspirationskälla för Schellings arbeten. En central fråga var hur man ska förmå motståndaren att avstå från att attackera. Trovärdiga hot om vedergällning kan vara en väsentlig del av lösningen. Därför argumenterade Schelling för att man bör skydda sina vapen snarare än sin befolkning. Dock bör man undvika att hota med kraftfulla och omedelbara motåtgärder ifall motståndaren anfaller i ett tidigt skede i en konflikt. Sådana hot är vanligen ej trovärdiga, eftersom viljan att verkställa hotet kan saknas så länge andra alternativ står till buds. En gradvis upptrappning, där man riskerar att successivt förlora kontrollen över skeendet, kan å andra sidan vara trovärdig – liksom när ett barn vet med sig att en förälder successivt kommer att förlora sitt humör om barnet vidhåller sin vägran att göra som föräldern önskar (ena författarens introspektion). Ovillkorlig vedergällning har även nackdelen att kostnaderna blir mycket stora om motståndaren negligerar hotet eller om en konflikt utlöses av misstag. Sannolikheten för vedergällning bör därför vara tillräckligt hög för att avskräcka motståndaren i de flesta fall, men bör i allmänhet inte vara lika med ett.

I många intressekonflikter kan aggressiva handlingar vara kontra-produktiva eftersom de undergräver förutsättningarna för framtida samarbete: "What makes many agreements enforceable is only the recognition of future opportunities for agreement that will be eliminated if mutual trust is not created and maintained, and whose value outweighs the momentary gain from cheating in the present instance." (Schelling 1956, s 301). Om parterna anlägger ett långsiktigt perspektiv, och interagerar vid upprepade tillfällen över tiden, kan de sålunda ha tillräckligt starka incitament att upprätthålla sitt samarbete. Schelling gick emellertid längre i sin argumentation: "Even if the future will bring no recurrence, it may be possible to create the equivalence of continuity by dividing the bargaining issue into consecutive parts." Parterna kan, med andra ord, medvetet strukturera sina relationer och sprida ut sina interaktioner över tiden för att på så sätt minska incitamenten för avvikelser motiverade av kortsiktiga fördelar.

Vid den tid då Schelling skrev detta hade spelteorin ännu ej utvecklats tillräckligt för att tillåta precisa formaliseringar, än mindre bevisföring, av dessa observationer. Den senare litteraturen kring upprepade spel och de sk folkteoremen (som diskuteras i nästa avsnitt) kom att bana väg för en formell analys av hur samarbete kan upprätthållas genom trovärdiga hot om framtida konflikter. Det tog dock professionen mer än fyrtio år att utveckla en stringent formell analys av Schellings förmodande att det under

vissa förutsättningar är möjligt att upprätthålla samarbete genom att dela upp större samarbetsåtaganden i mindre delar, se Lockwood och Thomas (2002).

Schelling studerade även en klass strategiska interaktioner där intressekonflikter helt eller delvis saknas, så kallade koordinationsspel. I sin renaste form är dessa spel i vilka alla spelare önskar att någon gemensam handlingslinje väljs, men där det kvittar lika för alla vilket alternativ som väljs. Det kan till exempel gälla vem i en grupp som utför vilken arbetsuppgift så länge som ett gemensamt mål uppnås, eller vilken av ett flertal lika goda industristandards som används. I sådana fall kan koordination vara relativt enkel om gruppmedlemmarna kan kommunicera med varandra, men svårare utan kommunikationsmöjlighet. I experiment med studenter och kollegor som försökspersoner upptäckte dock Schelling att dessa i många fall lyckades koordinera sig ganska väl utan kommunikation, t o m i obekanta spelsituationer med multipla Nashjämvikter. Kontextuella markörer, gemensamma referensramar och empati tycks ha kommit till användning för att finna ”fokala” jämvikter. Många sociala konventioner synes ha utvecklats spontant just för att underlätta koordination. Schellings analys av koordinationsspel inspirerade filosofen David Lewis (1969) till att precisera och utveckla hypotesen att även naturliga språk uppstått på detta sätt.

En annan intressant klass av beslutsproblem, som behandlas i Schelling (1960), uppstår då olika deltagare har anledning att vara ömsesidigt misstänksamma. Två generaler som är överens om att krig inte är önskvärt kan var och en förbereda sina egna trupper för fredlig samexistens om båda tror att den andre gör likadant. Men om den ene generalen oroar sig för att den andre förbereder sina trupper för krig, kan den bästa åtgärden vara att likaledes förbereda för krig. I sådana situationer kan såväl fredlig samexistens som krig vara jämviktsutfall. Graden av misstroende, eller den strategiska risken, kommer att avgöra utfallet. Om två ömsesidigt misstänksamma generaler ska kunna motstå frestelsen att slå till först, behöver de antingen bygga upp ett ömsesidigt förtroende eller utveckla en trovärdig förmåga att slå tillbaka.

Schellings bok från 1960 har haft ett bestående inflytande på forskningen inom flera akademiska discipliner. Inte minst har den bidragit till att strategiska studier (”strategic studies”) etablerats som ett eget område inom statsvetenskapen. Den har också, tillsammans med uppföljaren *Arms and Influence* från 1966, påverkat militär teori och praktik, inte minst supermakternas tänkande under det kalla kriget och den efterföljande nedrustningen.

Övriga bidrag

Under de fyrtiofem år som gått sedan Schelling publicerade *The Strategy of Conflict* har han fortsatt att utveckla en rad nya och fruktbara idéer. Två av dessa förtjänar särskilt att omnämnas.

Segregationsdynamik

I en flitigt citerad artikel från 1971 analyserar Schelling hur etniskt blandade samhällen och grannskap plötsligt kan ”tippa över” till att bli starkt segregerade. Förutom att belysa ett viktigt samhällsproblem gav Schelling därigenom en tidig analys av hur små förändringar i sociala situationer med många individer kan leda till plötsliga omsvängningar från en jämvikt till en annan. Sådana tippningsfenomen förekommer i många sammanhang och belyses i ännu en inflytelserik bok av Schelling, *Micromotives and Macrobehavior* från 1978. Schellings idéer och modellsimuleringar har inspirerat många andra samhällsvetares arbeten om segregationsfrågor.

Självkontroll

Människor gör ofta saker de gärna skulle vilja låta bli, som t ex att röka, dricka mycket, träna och spara litet osv. I tre artiklar, Schelling (1980, 1983, 1984b),⁵ utforskas gränserna för självkontroll och de därmed förknippade socialpolitiska utmaningarna. Det är intressant att notera att svårigheterna att åstadkomma en trovärdig självbindning inte är mindre i intrapersonella sammanhang än i de ovan nämnda interpersonella situationerna. Under det senaste decenniet har frågan om begränsad självkontroll till sist fått stor uppmärksamhet bland ekonomer. De många artiklar som nu publiceras i ledande ekonomtidningar om förhalning (*procrastination*), för lågt sparande, ohälsosam konsumtion och andra liknande företeelser visar återigen Schellings originalitet och goda intuition. Den ”kringirrande ekonomen” (*the errant economist*), som Schelling har kallat sig själv, visade sig vara en enastående stigtinnare.

2. Robert Aumann

Under det senaste halvsekle har Robert Aumann varit en av spelteorins ”stormästare”. Hans grundläggande arbeten har både klarlagt den interna logiken i spelteoretiska resonemang och avsevärt vidgat teorins tillämpningsområde.

Långsiktigt samarbete

Bland Aumanns många bidrag har antagligen hans analys av långsiktigt samarbete haft det största inflytandet på samhällsvetenskaperna.

Som framhållits ovan är många ekonomiska och sociala interaktioner långsiktiga, ofta utan någon bestämd slutpunkt. Länder har möjlighet att kortsiktigt skaffa sig fördelar gentemot grannar som de ska samexistera med under sekler. Konkurrerande företag tar dagligen eller månatligen beslut angående produktion, prissättning m m, beslut som kommer att påverka konkurrenternas beteende i framtiden. Jordbrukare hushållar med gemensamma naturresurser som allmänningar och vattentäkter. Dessa exempel

⁵ De första två av dessa återges som kapitel 3 och 4 i Schelling (1984a).

pekar på vikten av att förstå mekanismerna och incitamenten i upprepade interaktioner med lång tidshorisont.

En renodlad form av upprepad interaktion är när exakt samma spel spelas gång efter gång. Spelet kan t ex vara det välkända ”fångarnas dilemma” (ett spel uppfunnet på 1950-talet av matematikern Al Tucker, medskapare av Kuhn-Tuckerteomet och handledare åt John Nash). Ett sådant spel är, som bekant, ett två-personers spel där varje spelare endast har två rena (dvs icke randomiserade) strategier: C (”hålla samman”) och D (”svika”). Strategi D är dominant för båda spelarna, dvs D är en optimal strategi oavsett vilken strategi den andre väljer. Fångarnas dilemma har således endast en Nashjämvikt – nämligen att båda väljer D – men detta unika jämviktsutfall är sämre för båda spelarna än om båda i stället skulle välja C.

Ett numeriskt exempel på fångarnas dilemma ges i följande bimatris, där den första siffran i varje cell är nyttovärdet för radspelaren (spelare 1) och den andra siffran är nyttovärdet för kolumnspelaren (spelare 2):⁶

	C	D
C	2,2	0,3
D	3,0	1,1

Som synes ger ömsesidigt samarbete – strategiparet (C,C) – ett bättre resultat för båda spelarna än om båda sviker (D,D), men D dominerar C. Frågan är vilka jämvikter som skulle vara möjliga om exakt samma spel skulle spelas gång efter gång.

Aumann (1959) behandlar just sådana situationer genom att analysera det ”superspel” G^* som består av ett oändligt upprepande av ett givet ”periodspel” G , t ex spelet i bimatrisen ovan. I spelet G^* har varje spelare en oändlig mängd rena strategier, där varje ren strategi utgör en beslutsregel som, för varje period och varje förhistoria till perioden, anger en ren strategi i spelet G i nästa period. I superspelet G^* finns alltså både strategier som är obetingade av tidigare ”drag” och strategier som innehåller enkla såväl som mycket komplicerade betingningar på dessa. Huvudresultatet i artikeln anger hur mängden nyttovärdesvektorer i starka jämvikter i G^* beror på periodspelet G . Begreppet *stark jämvikt* (”strong equilibrium”), som Aumann utvecklade, kräver att ingen grupp (koalition) av spelare kan, genom att ändra sin strategi, uppnå högre nyttovärden åt alla sina gruppmedlemmar. Nashjämvikt är alltså specialfallet då dessa grupper alltid utgörs av endast en spelare. Nashjämvikter som inte är starka jämvikter kan t ex föreligga på oligopolmarknader, nämligen om inget enskilt företag kan öka sin vinst genom ensidig avvikelse, medan däremot två eller tre av företagen tillsammans kan öka sina vinster genom en samordnad avvikelse.

⁶ Icke-kooperativ spelteori förutsätter att spelarnas preferenser uppfyller von Neumanns och Morgensterns (1944) axiom för beslut under osäkerhet. Därav följer att det för varje spelare finns en nyttovärdesfunktion (tekniskt sett dock inte en ”nyttofunktion”) sådan att varje spelare rangordnar sina rena och blandade strategier i enlighet med de förknippade väntevärdena för spelarens nyttovärdesfunktion.

Aumann visade att mängden nyttovärdesvektorer som är förenliga med starka jämvikter i det oändligt upprepade spelet G^* är identisk med den s k β -kärnan ("β-core") i periodspelet G . Detta senare lösningsbegrepp är en variant av det i allmän jämviktsteori centrala begreppet kärna ("core").⁷ En nyttovärdesvektor tillhör β -kärnan om ingen grupp (koalition) av spelare kan garantera sig själva högre nyttovärdet under alla möjliga strategi-kombinationer för de andra spelarna.

Om man bara kräver att jämvikten ska vara robust gentemot avvikelser från enstaka spelare (vilket är mindre krävande än robusthet gentemot avvikelser från alla möjliga koalitioner), dvs Nashjämvikt, får man den grundläggande versionen av det s k folkteoremet för upprepade spel. Enligt detta teorem sammanfaller mängden nyttovärdesvektorer som är konsistenta med Nashjämvikt i ett oändligt upprepat spel med den mängd nyttovärdesvektorer som är tekniskt möjliga och individuellt rationella i periodspelet. En nyttovärdesvektor kallas *tekniskt möjlig* ("feasible") om den utgör en konvex kombination av de nyttovärdesvektorer som erhålls genom spel med rena strategier i spelet, och ett nyttovärde är *individuellt rationellt* ("individually rational") för en spelare om det inte underskrider det lägsta nyttovärde som de andra spelarna kan "tvinga ner" denne till.⁸

Detta något abstrakta resultat kan enkelt tillämpas på exemplet med fångarnas dilemma. Mängden tekniskt möjliga och individuellt rationella nyttovärdespar utgörs av alla konvexa kombinationer av talparen i bi-matrisen, där inget (förväntat) nyttovärde är lägre än 1.⁹ Alla dessa nyttovärdespar, men inga andra, kan alltså uppnås som Nashjämvikt i superspelet G^* . Innebörden är således att ömsesidigt samarbete är en, bland oändligt många, Nashjämvikter i superspelet G^* .

Att upprepat spelande kan möjliggöra bättre resultat än upprepat spelande av en och samma Nashjämvikt i periodspelet hade spelteoretiker insett redan under 1950-talets mitt; därav benämningen "folkteorem" (som Aumann själv lär ha infört). Som nämnts ovan är det klart att Schelling delade denna insikt och dessutom fann den empiriskt relevant. För fångarnas dilemma visas ett folkteorem redan i Luce och Raiffa (1957) avsnitt 5.5. Dessa tidiga insikter till trots var det Aumanns precisa och generella formulering och bevis som lade grunden för den fortsatta utvecklingen av teorin för upprepade spel (se även Aumann 1960).

Drygt ett decennium senare etablerade James Friedman (1971) ett partiellt men för tillämpningar användbart resultat för oändligt upprepade spel, nämligen att om spelarna är tillräckligt tålmodiga, dvs deras diskontering

⁷ En resursallokering i en ekonomi sägs tillhöra kärnan om ingen grupp av ekonomiska aktörer kan finna en för dem bättre allokering av deras egna initiala resurser.

⁸ En konvex kombination av två nyttovärdesvektorer uppnås genom att randomisera mellan dem. Om sannolikheten för nyttovärdesvektorn u är p och sannolikheten för nyttovärdesvektorn v är $1-p$ så är den förväntade nyttovärdesvektorn $w = pu + (1-p)v$, en konvex kombination av vektorerna u och v .

⁹ Varje spelare kan garantera sig själv nyttovärdet 1 genom att spela D: oavsett vad den andre spelaren gör så uppnås då åtminstone nyttovärdet 1 för spelaren.

av framtida nyttovärden är tillräckligt svag, så kan varje utfall som ger högre nyttovärden än de i en Nashjämvikt (i rena strategier) i periodspelet G uppnås i jämvikt i det oändligt upprepade spelet G^* .

I senare arbeten har Aumann tillsammans med medförfattare generaliserat den grundläggande analysen i olika avseenden. I Aumann och Maschler (1966, 1967, 1968) utvidgas analysen till upprepade spel med ofullständig information, dvs upprepade spel där spelarna inte säkert vet vilket periodspel G som spelas. En sådan generalisering är synnerligen viktig för tillämpningar eftersom t ex ett företag eller ett land ofta inte vet vilka resurser ett annat företag eller land har. Härigenom tillförs ytterligare en strategisk aspekt, nämligen möjligheten och önskvärdheten av att dölja eller avslöja privat information för andra spelare.

Några år senare visade Aumann och Shapley (1976), samtidigt som Rubinstein (1976), att alla tekniskt möjliga och individuellt rationella nyttovärdesvektorer i periodspelet G inte bara kan uppnås i Nashjämvikt, utan även i delspelsperfekta jämvikter (fotnot 4), i det oändligt upprepade spelet G^* . Detta krav innebär att ingen spelare kan höja sitt förväntade nyttovärde genom att ensidigt avvika från sin strategi, inte ens i situationer då någon spelare redan avvikit från sin strategi. Delspelsperfektionen innebär då att ingen spelare har incitament att avstå från bestraffningar av spelare som avvikit från den utstakade banan. Många Nashjämvikter saknar denna egenskap och det var ingalunda klart att en så långtgående förfining av jämviktskravet inte skulle ha någon effekt på jämviktsmängden av nyttovärdesvektorer i oändligt upprepade spel (dock påverkas naturligtvis jämviktsmängden av strategi-kombinationer).

Efter dessa pionjärinsatser har teorin för upprepade spel fortsatt att utvecklas, ända till denna dag, och detta har lett till en djupare och precisare förståelse av villkoren för samarbete och konflikter i långsiktiga relationer. Sedan Dilip Abreu (1988) lyckats karakterisera optimala bestraffningar i oändligt upprepade spel blev det lättare att identifiera mängden jämviktsutfall. I en mycket citerad uppsats sammanfattade och utvecklade Fudenberg och Maskin (1986) olika versioner av folkteoremet för oändligt upprepade spel. Abreu, Dutta och Smith (1994) generaliserade ett av dessa resultat ytterligare och lyckades identifiera ett tillräckligt, och i det närmaste nödvändigt, villkor under vilka folkteoremet gäller för fler spelare än två under tidsdiskontering och delspelsperfektion. Andra forskare har etablerat resultat avseende långsiktigt samarbete när spelarna endast har tillgång till brusiga signaler beträffande handlingar i tidigare perioder, en litteratur som initierades av Green och Porter (1984) och Abreu, Pearce och Stacchetti (1990).

Alla dessa senare framsteg vilar i hög grad på Aumanns pionjärinsatser. I studier av långsiktigt samarbete mellan aktörer med delvis motstridiga intressen, vare sig det gäller företag på en marknad eller jordbrukare som använder en allmänning eller gemensam vattentäkt (som hos Ostrom 1990), utgör teorin för upprepade spel det självklara paradigmet att utgå ifrån.

Teorin för upprepade spel har även varit till stor hjälp för att belysa ett brett spektrum av empiriska observationer, bland annat varför det vanligen är svårt att upprätthålla långsiktigt samarbete när antalet spelare är stort, när spelarna interagerar sällan, när yttre omständigheter hotar att avbryta interaktionen, när tidshorizonten är kort och när andra spelares handlande endast kan observeras med brus eller fördröjning. Priskrig, handelskrig och andra ekonomiska och samhälleliga konflikter kan ofta tillskrivas någon av dessa faktorer. Teorin för upprepade spel har även spridit ljus över funktionen hos olika institutioner, alltifrån skråväsendet (Greif, Milgrom och Weingast 1994) och World Trade Organization (Maggi 1999) till maffian (Dixit 2003).

Övriga bidrag

Robert Aumann har även givit ett flertal viktiga bidrag inom andra grenar av spelteorin av betydelse såväl för teorins utveckling som för dess användning inom nationalekonomin. Vi redogör här kort för fyra av dessa bidrag.

Perfekt konkurrens

Traditionell nationalekonomi vilar på antagandet om perfekt konkurrens, dvs att marknaderna är så stora att ingen enskild aktör har något inflytande på prisbildningen. Att formulera en generell och stringent modell av allmän jämvikt under perfekt konkurrens på alla marknader har varit en formidabel utmaning för nationalekonomer under lång tid. Léon Walras pionjärbete från 1870-talet, liksom senare och prisbelönda bidrag av Kenneth Arrow och Gerard Debreu, förutsätter ett ändligt antal företag och individer. Ett sådant antagande står dock i logisk konflikt med antagandet om avsaknad av allt inflytande på prisbildningen. Aumann (1964) forcerade denna logiska svårighet genom att anta ett kontinuum av aktörer. Han visade att kärnan (fotnot 7) då sammanfaller med mängden allokeringar som uppnås i Walrasiansk (pristagande) jämvikt – medan kärnan i en ändlig ekonomi är en delmängd av jämviktmängden. I Aumann (1966) bevisade han även existensen av Walrasiansk jämvikt under perfekt konkurrens i sin modell. Kontinuum-ansatsen utforskades vidare i gemensamt arbete med Lloyd Shapley; se Aumann och Shapley (1974).

Spelteorins kunskapsteoretiska fundament

Spelares kunskap om varandras strategimängder, information, preferenser och rationalitet är av största betydelse för deras beslutsfattande. Om en spelare exempelvis vet att en annan spelare är rationell och har exakt en dominant strategi, så kan den förste spelaren tryggt förutsätta att den andre kommer att välja just den strategin. Under lång tid ägnade spelteoretiker dock föga intresse åt sådana kunskapsteoretiska aspekter av spelsituationer, och många ekonomer utförde spelteoretiska analyser synbarligen obekymrade om denna aspekt.

Vilka kunskapsteoretiska förutsättningar krävs t ex för att rationella

aktörers handlande ska utgöra en jämvikt? Aumann har varit den ledande forskaren inom detta delområde av spelteorin, ibland benämnt interaktiv epistemologi. I sin uppsats "Agreeing to Disagree" från 1976 införde och formaliserade han begreppet "gemensam kunskap" ("common knowledge") i spelteorin, ett begrepp först definierat av filosofen David Lewis (1969). En händelse är *gemensam kunskap* om den är känd av alla spelare, om alla spelare vet att den är känd av alla spelare osv *ad infinitum*. Något förenklat kan Aumann sägas ha bevisat att om två spelare utgår från samma "världsuppfattning" (har en gemensam "prior") och deras senare sannolikhetsuppfattningar ("posteriors"), baserade på privata observationer, är gemensam kunskap mellan dem, så måste dessa senare sannolikhetsuppfattningar vara identiska. Detta Aumanns resultat har haft stort inflytande på den teoretiska litteraturen om finansiella marknader.

Bernheim (1984) och Pearce (1984) visade att rationellt beteende (i den Bayesianska mening som formaliserats av Savage (1954)) i kombination med antagandet att spelet och spelarnas rationalitet är gemensam kunskap inte leder till jämviktsbeteende i allmänhet, inte ens i spel med en unik Nashjämvikt. Ett decennium senare etablerade Aumann och Brandenburger (1995) tillräckliga epistemiska villkor för Nashjämvikt.

Lösningsbegrepp

Som nämnts var det Aumann som definierade begreppet stark jämvikt, en förfining av Nashjämvikt. I två uppsatser, publicerade 1974 och 1987, definierade han ännu ett lösningsbegrepp, denna gång ett som är svagare än Nashjämvikt, nämligen *korrelerad jämvikt*. Till skillnad från Nashjämvikt, tillåter detta begrepp att spelarnas val av ren strategi är statistiskt beroende, och Nashjämvikten motsvarar då specialfallet när strategivalen är statistiskt oberoende. Statistisk korrelation mellan spelares strategival är möjlig om spelarna kan betinga sina handlingar på observationer av korrelerade stokastiska variabler, eller "signaler", såsom observationer på olika platser av väder, nyhetshändelser, eller någon annan variabel. I en korrelerad jämvikt är varje spelares betingade val optimalt, givet de andras (likaså betingade) beslutsregler. Mängden korrelerade jämviktsutfall anger också gränserna för samarbete när spelare tillåts kommunicera fritt och kan använda en opartisk medlare innan de väljer strategi i det underliggande spelet. En korrelerad jämvikt kan då ses som en samling rekommendationer, sådana att ingen spelare kan öka sitt förväntade resultat genom att unilateralt avvika från den rekommendation hon fått. För närmare diskussion av korrelation och kommunikation i spel, se t ex kapitel 6 i Myerson (1991).

I en senare uppsats, Aumann (1987), visas hur korrelerad jämvikt kan ses som en naturlig utvidgning av Bayesiansk beslutsteori till icke-kooperativa spel. I denna tolkning kommer rationella spelare att spela en korrelerad jämvikt om de utgår från samma "världsuppfattning" (har gemensam "prior"), och om deras rationalitet och spelet är gemensam kunskap.

Beslutsteori

Tidigt i sin karriär gjorde Aumann ett annat viktigt bidrag till beslutsteorin. I ett gemensamt arbete från 1963 med statistikern F J Anscombe (Anscombe och Aumann 1963) etablerade han en analysram för beslut under osäkerhet som tillåter såväl objektiva som subjektiva sannolikheter. Den utgör ett värdefullt komplement till von Neumann och Morgenstern (1944), som utgår från objektiva sannolikheter och Savage (1954), som utgår från subjektiva sannolikheter. Anscombes och Aumanns ansats har kommit till flitig användning i ekonomisk beslutsteori.

3. Lästips

Thomas Schellings arbeten är lättillgängliga även för icke-specialister och hans originalarbeten kan starkt rekommenderas. Dixit och Nalebuff (1991) ger en utmärkt icke-teknisk introduktion till spelteori, med en diskussion av långsiktigt samarbete i kapitel 4 och trovärdig självbindning i kapitel 6. Bland ett stort antal läroböcker i spelteori kan Dixit och Skeath (2004) rekommenderas som introduktionsbok och Fudenberg och Tirole (1991) och Myerson (1991) för mer avancerade framställningar. Priskandidaternas egna uppfattningar om spelteorins möjligheter presenteras i Aumann (1985) och Schelling (1967). Mer personlig information ges i Richard Zeckhausers (1989) porträtt av Thomas Schelling och Sergiu Harts (2005) intervju med Robert Aumann.

Abreu, D (1988), "On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discounting", *Econometrica*, vol 56, s 383-396.

Abreu, D, D Pearce och E Stacchetti (1990), "Towards a Theory of Discounted Repeated Games with Imperfect Monitoring", *Econometrica*, vol 58, s 1041-1063.

Abreu, D, P Dutta och L Smith (1994), "The Folk Theorem for Repeated Games: A NEU Condition", *Econometrica*, vol 62, s 939-948.

Anscombe, F J och R J Aumann (1963), "A Definition of Subjective Probability", *Annals of Mathematical Statistics*, vol 34, s 199-205.

Aumann, R J (1959), "Acceptable Points in General Cooperative N-person Games", i Tucker, A W och R D Luce (red), *Contributions to the Theory of Games IV*, *Annals of Math*, Study 40, Princeton University Press, Princeton.

Aumann, R J (1960), "Acceptable Points in Games of Perfect Information", *Pacific Journal of Mathematics*, vol 10, s 381-417.

Aumann, R J (1964), "Markets with a Continuum of Traders", *Econometrica*, vol 32, s 39-50.

Aumann, R J (1966), "Existence of Competitive Equilibria in Markets with a Continuum of Traders", *Econometrica*, vol 34, s 3-27.

Aumann, R J (1974), "Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies", *Journal of Mathematical Economics*, vol 1, s 67-96.

Aumann, R J (1976), "Agreeing to Disagree", *The Annals of Statistics*, vol 4, s 1236-1239.

Aumann, R J (1985), "What is Game Theory Trying to Accomplish?", i Arrow, K och S Honkapohja (red), *Frontiers of Economics*, Basil Blackwell, Oxford.

Aumann, R J (1987), "Correlated Equilibrium as an Expression of Bayesian Rationality", *Econometrica*, vol 55, s 1-18.

Aumann, R J och A Brandenburger (1995), "Epistemic Condition for Nash Equilibrium", *Econometrica*, vol 64, s 1161-1180.

Aumann, R J och M Maschler (1966), "Game Theoretic Aspects of Gradual Disarmament", *Mathematica Inc. Reports* ST-80, Princeton.

Aumann, R J och M Maschler (1967), "Repeated Games with Incomplete Information: a Survey of Recent Results", *Mathematica Inc. Reports* 116, Princeton.

REFERENSER

- Aumann, R J och M Maschler (1968), "Repeated Games of Incomplete Information, The Zero-sum Extensive Case", *Mathematica Inc. Reports* 143, Princeton.
- Aumann, R J och L Shapley (1974), *Value of Non-Atomic Games*, Princeton University Press, Princeton.
- Aumann, R J och L Shapley (1976), "Long-term Competition: A Game-theoretic Analysis", mimeo, Hebrew University, Jerusalem.
- Återgivet i Megiddo, N (red) (1994), *Essays in Game Theory in Honor of Michael Maschler*, Springer Verlag, New York.
- Bernheim, B D (1984), "Rationalizable Strategic Behavior", *Econometrica*, vol 52, s 1007-1028.
- Dixit, A (1980), "The Role of Investment in Entry Deterrence", *Economic Journal*, vol 90, s 95-106.
- Dixit, A (2003), "On Modes of Economic Governance", *Econometrica*, vol 71, s 449-481.
- Dixit, A och B Nalebuff (1991), *Thinking Strategically: The Competitive Edge in Business, Politics, and Everyday Life*, W W Norton, New York.
- Dixit, A och S Skeath (2004), *Games of Strategy*, 2:a upplagan, W W Norton, New York.
- Friedman, J (1971), "A Non-cooperative Equilibrium for Supergames", *Review of Economic Studies*, vol 38, s 1-12.
- Fudenberg, D och E Maskin (1986), "The Folk-theorem for Repeated Games with Discounting and with Incomplete Information", *Econometrica*, vol 54, s 533-554.
- Fudenberg, D och J Tirole (1991), *Game Theory*, MIT Press, London.
- Green, E och R Porter (1984), "Noncooperative Collusion under Imperfect Price Information", *Econometrica*, vol 52, s 87-100.
- Greif, A, P Milgrom och B R Weingast (1994), "Coordination, Commitment, and Enforcement", *Journal of Political Economy*, vol 102, s 745-776.
- Hart, S (2005), "An Interview with Robert Aumann", *Macroeconomic Dynamics*, under tryckning.
- Lewis, D (1969), *Convention*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- Lockwood, B och J P Thomas (2002), "Gradualism and Irreversibility", *Review of Economic Studies*, vol 69, s 339-356.
- Luce, D och H Raiffa (1957), *Games and Decisions*, Wiley, New York.
- Maggi, G (1999), "The Role of Multinational Institutions in International Trade Cooperation", *American Economic Review*, vol 89, s 190-214.
- Myerson, R B (1991), *Game Theory: Analysis of Conflict*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- Nash, J (1950a), "Equilibrium Points in N-person Games", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol 36, s 48-49.
- Nash, J (1950b), "The Bargaining Problem", *Econometrica*, vol 18, s 155-162.
- Nash, J (1951), "Non-cooperative Games", *Annals of Mathematics*, vol 54, s 286-295.
- Nash, J (1953), "Two-person Cooperative Games", *Econometrica*, vol 21, s 128-140.
- Ostrom, E (1990), *Governing the Commons: The Evolution of Institutions for Collective Action*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Pearce, D G (1984), "Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection", *Econometrica*, vol 52, s 1029-1050.
- Rubinstein, A (1976), "Equilibrium in Supergames", Center for Mathematical Economics and Game Theory, Hebrew University.
- Första delen återgiven i Megiddo, N (red) (1994), *Essays in Game Theory in Honor of Michael Maschler*, Springer Verlag, New York, 1994.
- Savage, L (1954), *The Foundations of Statistics*, Dover, New York.
- Schelling, T C (1956), "An Essay on Bargaining", *American Economic Review*, vol 46, s 281-306.
- Schelling, T C (1960), *The Strategy of Conflict*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- Schelling, T C, (1966), *Arms and Influence*, Yale University Press, New Haven.
- Schelling, T C (1967), "What is Game Theory?", i Charlesworth, J C (red), *Contemporary Political Analysis*, Free Press, New York. (Återges som kapitel 10 i Schelling, 1984a).
- Schelling, T C (1971), "Dynamic Models of Segregation", *Journal of Mathematical Sociology*, vol 1, s 143-186.
- Schelling, T C (1978), *Micromotives and Macrobehavior*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- Schelling, T C (1980), "The Intimate Contest for Self-command", *The Public Interest*, vol 60, s 94-118.
- Schelling, T C (1983), "Ethics, Law, and the Exercise of Self-command", i McMurrin, S M (red), *The Tanner Lectures on Human Values IV*, University of Utah Press, Utah.
- Schelling, T C (1984a), *Choice and Consequence*, Harvard University Press, Cambridge MA.
- Schelling, T C (1984b), "Self-command in Practice, in Policy, and in a Theory of Ratio-

nal Choice”, *American Economic Review, Papers and Proceedings*, vol 74, s 1-11.

Selten, R (1965), ”Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrage-trägheit – Teil I: Bestimmung des dynamischen Preisgleichgewichts”, *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, vol 121, s 301-324.

Selten, R (1975), ”Re-examination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games”, *International Journal of Game Theory*, vol 4, s 25-55.

Spence, M (1977), ”Entry, Capacity, Investment, and Oligopolistic Pricing”, *Bell Journal of Economics*, vol 8, s 534-544.

von Neumann, J och O Morgenstern (1944), *The Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton NJ.

Zeckhauser, R (1989), ”Distinguished Fellow: Reflections on Thomas Schelling”, *Journal of Economic Perspectives*, vol 3, s 153-164.