

Statistiska metoder för ekonomiska tidsserier

Robert Engle och Clive Granger har tilldelats 2003 års Ekonomipris. De har på var sitt område, upptäckt att viktiga egenskaper i ekonomiska tidsserier fångas av ett nytt begrepp. De har själva och tillsammans med andra forskare utvecklat statistiska metoder omkring dessa begrepp. Härigenom har de banat nya vägar för empirisk forskning. Deras metoder har inom loppet av något decennium kommit att införlivas bland standardverktygen i ekonomisk forskning. De tillämpas idag med framgång på en lång rad områden framförallt inom makroekonomi och finansiell ekonomi.

Ekonomer är oftast hänvisade till att studera data som genererats för andra syften än forskning. Förra årets ekonomipris till Vernon Smith lyfte visserligen fram den livaktiga utvecklingen av experimentella metoder, men sådan forskning utgör fortfarande bara en mindre del av all ekonomisk forskning. I stället dominerar analys av icke-experimentella data. Med statistiska metoder testar vi hypoteser och undersöker samband mellan ekonomiska variabler, baserade på data som antingen tar formen av tidsserier – kronologiskt ordnade observationer av samma variabler över tiden – eller tvärsnitt – observationer vid samma tidpunkt av in-

divider, företag eller hela ekonomier. För att sådan analys skall leda till statistiskt giltiga och ekonomiskt meningsfulla slutsatser är det viktigt att de statistiska metoderna är anpassade till de specifika egenskaperna i data. Ekonomipriset år 2000 belönade metoder särskilt anpassade för olika egenskaper hos tvärsnittsdata, nämligen selektiva urval (James Heckman) och diskreta val (Daniel McFadden). Årets pris till Robert Engle och Clive Granger belönar två bidrag som har fördjupat förståelsen av centrala egenskaper hos ekonomiska tidsserier.

Makroekonomisk forskning studerar tidsserier över nationalprodukt, konsumtion, sysselsättning, konsumentpriser och andra variabler. Ekonomer betraktar numera – alltsedan ekonomipristagaren Tryggve Haavelmos arbeten på 1940-talet – standardmässigt sådana tidsserier som stokastiska processer. Härigenom kan gängse metoder för statistisk inferens och hypotestestning användas för att utveckla makroekonometriska modeller. Den statistiska teori som användes av ekonomer fram till 1980-talet, förutsätter att tidsserierna är *stationära*, vilket innebär att de har en tendens att fluktuera kring ett konstant värde eller en linjär trend (trendstationaritet). Många makroekonomiska variabler har tvärtom en tendens att växa över tiden utan

*PETER ENGLUND är professor i bank- och försäkringsekonomi vid Handelshögskolan i Stockholm, TORSTEN PERSSON är professor i nationalekonomi vid Stockholms universitet och TIMO TERÄSVIRTA är professor i ekonomisk statistik vid Handelshögskolan. Persson är ordförande, Teräsvirta ledamot och Englund sekreterare i priskommittén för Sveriges Riksbanks pris i ekonomisk vetenskap till Alfred Nobels minne.
peter.englund@sifr.org, torsten.persson@iies.su.se, timo.terasvirta@hhs.se*

att återvända mot ett förväntat värde eller en linjär trend. De har stokastiska trender och drivs av *icke-stationära* stokastiska processer. De problem som detta kan förorsaka förblev länge obeaktade av empiriskt verksamma ekonomer. Makroekonometriska modeller utvecklades och testades utan särskild hänsyn till om serierna var stationära eller inte. Förtjänsten av att så inte längre är fallet tillfaller i första hand Clive Granger. I tidiga arbeten från 1970-talet påvisade han de problem som kan uppstå vid okritisk analys av *icke-stationära* tidsserier. Senare har han utvecklat nya metoder för att analysera sådana tidsserier på ett statistiskt sunt och ekonomiskt meningsfullt sätt. Dessa metoder – där begreppet *kointegration* spelar en central roll – används idag regelmässigt inom ekonomisk tidsserieanalys.

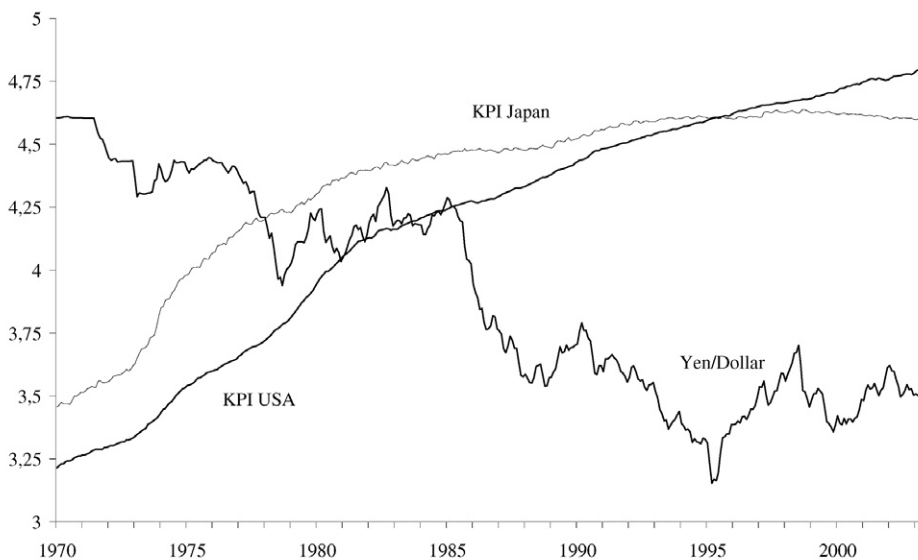
Forskning inom finansiell ekonomi bygger också på tidsserier – över aktiekurser, räntor och andra finansiella variabler. För risk och portföljval spelar volatiliteten i avkastning på olika tillgångar en nyckelroll. Risken i en portfölj beror på varians och kovarians för de tillgångar som ingår i

portföljen. De avkastningskrav som investerare ställer, och som bestämmer priserna på aktier och andra finansiella tillgångar, beror på förväntningar om framtida volatilitet. I praktiken tycks graden av volatilitet variera påtagligt över tiden. Stora svängningar följs normalt av ytterligare stora svängningar. Stabilitet åtföljs av fortsatt stabilitet. Modellering av hur volatiliteten varierar över tiden har därför avgörande betydelse för aktörerna på de finansiella marknaderna. Robert Engle initierade i början av 1980-talet en klass av modeller med tidsvarierande volatilitet uppbyggda kring begreppet *autoregressive conditional heteroskedasticity*, förkortat ARCH. De generaliserade ARCH-modeller som Engle och andra forskare utvecklat är idag omistliga verktyg för aktörerna på de finansiella marknaderna.

1. Samvarierande trender – kointegration

De flesta makroekonomiska variabler följer tydliga trender, ofta med stora svängningar från ett år till ett annat utan någon tydlig ten-

Figur 1 Logaritmen av valutakursindex för japanska yen/US dollar samt logaritmerna av konsumentprisindex för Japan och USA. Månadsdata januari 1970 – maj 2003



dens att återvända mot ett medelvärde eller en linjär trend. Som exempel på sådana serier visar figur 1 månadsdata för växelkursen mellan amerikanska dollar och japanska yen samt konsumentprisindex i de båda länderna under perioden januari 1970 till maj 2003.

Länge var det vanligt att samband mellan sådana icke-stationära variabler i makroekonomiska modeller estimerades med vanlig linjär regression (OLS) av data i nivåform:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

I denna standardmodell förklaras variabeln y i perioden t – t ex konsumtionen i ett visst kvartal – av en eller flera förklaringsvariabler x – t ex inkomsten – och en slumpmässig term ε , vars förväntade värde antas vara noll. Med statistiska metoder skattas parametrarna α och β samt slumptermens varians, vilken normalt antas vara konstant över tiden. Det var visserligen känt sedan tidigare att gängse metoder för statistisk inferens – baserade på standardfel och t -statistikor – förutsatte att slump termen ε var stationär och därför inte var giltiga för icke-stationära tidsserier. Man insåg dock inte fullt ut att man genom att ändå förlita sig på sådana metoder kunde nå helt missvisande resultat.

I en inflytelserik uppsats (Granger och Newbold 1974) myntade Clive Granger och hans kollega Paul Newbold begreppet *spurious regression* och visade hur standardmetoderna för regressionsanalys ofta kunde indikera signifikanta relationer mellan icke-stationära tidsserier trots att inget samband existerade. De nådde den slutsatsen genom att generera ett stort antal artificiella tidsserier från två av varandra oberoende icke-stationära stokastiska processer – sk slumpvandringar (*random walks*). De estimerade sedan regressionsekvationer mellan dessa artificiella tidsserier. Trots att serierna var oberoende av varandra, och det korrekta värdet på regressionskoefficienten därför lika med noll, angav konventionellt beräknade tester i många fall att hypotesen att koefficienten var lika med noll skulle

förkastas. Samtidigt var residualerna starkt positivt korrelerade. Dessa resultat kastade tvivel över många av de samband som den tidens makroekonomiska modeller byggde på. Genom denna studie framhävde Granger och Newbold betydelsen av att ta hänsyn till de dynamiska egenskaperna hos de variabler som ingår i ekonometriska modeller. Uppsatsen representerade det första steget i Clive Grangers forskningsagenda med sikte på att utveckla användbara statistiska metoder för ekonometriska modeller med icke-stationära data.

Statistiker som arbetade med tidsseriedata hade föreslagit en enkel lösning på problemet med spurious regressions: att specificera en viss relation mellan ekonomiska variabler, genom att mäta dessa som differenser mellan två perioder i stället för som nivåer. Man skulle då undvika statistiska problem, eftersom differenser av makrovariabler i allmänhet är stationära även om de underliggande nivåvariablerna inte är det. Ekonomisk teori är dock oftast formulerad i termer av nivåer snarare än differenser, och förklarar t ex i första hand konsumtionens nivå som en funktion av nivån på inkomst och förmögenhet eller växelkursen mellan två valutor som en funktion av den relativa prisnivån i länderna. Även om en nivårelation naturligtvis implicerar en relation mellan förändringar, så kan en regression med enbart differenstermer inte innehålla de fulla implikationerna av teorin. Den skulle kanske fånga den kortsiktiga dynamiken i processen, som ekonomisk teori ofta inte har så mycket att säga om, men skulle missa de långsiktiga tendenserna till samvariation mellan variablerna, och därmed de viktiga förutsägelseerna av teorin.

Grangers bidrag

I tre uppsatser publicerade på 1980-talet utvecklade Granger begrepp och analysmetoder som gör det möjligt att förena kort- och långsiktiga perspektiv. Nyckeln till dessa metoder är insikten att linjära kombinationer

av icke-stationära serier kan vara stationära. Variabler kan förenas av en jämviktsrelation som binder dem samman på sikt; även om variablerna var för sig är icke-stationära så blir avvikelserna från jämviktsrelationen stationär. Det är t ex rimligt att postulera att konsumtion och förmögenhet förenas av ett långsiktigt samband, sådant att kvoten dem emellan (differensen mellan logaritmerna) är stationär. Likaså säger teorin om köpkraftsparitet att växelkursen på sikt tenderar att anpassa sig så att prisen i en gemensam valuta är densamma i olika länder.

Granger (1981) betecknade variabler som är icke-stationära i nivåer men kan göras stationära genom att ta differenser av dem d gånger som integrerade av ordning d , $I(d)$. Generellt är en linjär kombination av $I(d)$ -variabler också $I(d)$. Det finns dock ett specialfall: en linjär kombination av $I(d)$ -variabler är integrerad av lägre ordning än d , typiskt $d-1$. Då är dessa variabler *kointegrerade*. Härav följer exempelvis att när y och x är $I(1)$, vilket mycket ofta är fallet med makroekonomiska variabler eller deras logaritmer, och kointegrerade, så finns det en linjär kombination $y-\beta x$ som är stationär.

Granger visade i sitt sk representations-teorem, först formulerat i Granger och Weiss (1983), att relationer mellan kointegrerade variabler kan uttryckas på ett statistiskt meningsfullt sätt i en sk felkorrigeringsmodell. I en sådan modell beror förändringen av en viss variabel på två kategorier av variabler: dels variabler i differensform dels en nivåterm som anger avvikelserna från kointegrationssambandet. En sådan modell är inte bara statistiskt meningsfull utan har också en naturlig ekonomisk tolkning. Den säger att dynamiken i, t ex, växelkurs- eller konsumtionsutvecklingen drivs av två krafter: dels en tendens att utjämna avvikelser från kointegrationsrelationen (t ex den långsiktiga jämviktsväxelkursen) dels en kortsiktig dynamik omkring anpassningsbanan mot långsiktig jämvikt.

För att kointegrationsbegreppet skulle bli praktiskt användbart behövdes metoder för

testning och skattning. Sådana metoder presenterades gemensamt av Granger och Engle (1987) i en utomordentligt inflytelserik uppsats. Där visar de att nollhypotesen att två icke-stationära variabler inte är kointegrerade kan testas genom att först estimeras en statisk nivårelation mellan variablerna och sedan tillämpa standardtester för icke-stationaritet på residualerna från den regressionen. De visade också hur modellen kan estimeras: i ett första steg estimeras kointegrationsrelationen med nivådata, i ett andra steg används dessa estimat i en felkorrigeringsekvation. Förbättrade test- och estimationsmetoder, som numera blivit standard, har senare utvecklats av Johansen (1988, 1991).

I senare arbeten har Granger tillsammans med andra forskare utvidgat kointegrationsbegreppet i olika avseenden. Många tidsserier följer regelbundna säsongsmönster och Hylleberg, Engle, Granger och Yoo (1990) inför begreppet säsongskointegration för sådana serier. Vidare kan avvikelser från jämvikt i flera fall förklaras av förekomsten av transaktions- och informationskostnader. Granger och Swanson (1996) visar hur sådana kostnader kan införas i kointegrationsmodeller, och statistisk teori för sådana modeller utvecklades senare av Balke och Formby (1997) under beteckningen tröskelkointegration (*threshold cointegration*).

Tillämpningar

Kointegration har kommit att bli ett standardverktyg inom en rad områden där långsiktiga samband läggs restriktioner på, men inte helt bestämmer, den kortsiktiga utvecklingen: dagens konsumtion begränsas av förmögenhet och framtida inkomster, långa räntor kan inte avvika alltför mycket från förväntade framtida korta räntor, aktiekurser bestäms av förväntade framtida utdelningar osv.

Ett exempel hämtat från aktuell forskning, där kointegrationsanalys håller på att bidra till en ny syn på viktiga samband avser förhållandet mellan konsumtion och förmögenhet. Den traditionella uppfattning

gen som brukar återges i läroböcker i makroekonomi är att en förmögenhetsökning ökar konsumtionen ungefär i proportion till realräntan, en storleksordning som följer av den sk livscykelmodellen för konsumtion och sparande. Om den stämde skulle kapitalvinster och -förluster på aktie- och bostadsmarknaden av den omfattning vi sett på senare år ha mycket stor betydelse för konsumtionen. Denna uppfattning bygger dock på ekonometriska studier och simuleringmodeller som inte skiljer tillräckligt väl mellan tillfälliga och permanenta förmögenhetsökningar. En färsk studie av Lettau och Ludvigson (2003) visar att konsumtion, arbetsinkomst och förmögenhet måste vara kointegrerade om hushållens budgetrestriktion ska vara uppfylld. Baserat på denna restriktion, som också visar sig ha stöd i data, estimerar de en felkorrigeringsmodell som ger två huvudresultat: merparten av variationen i förmögenhet är temporär och beror på fluktuationer på aktiemarknaden och sådana temporära svängningar har föga effekt på konsumtionen vare sig på kort eller lång sikt.

Ett annat område där kointegrationsbegreppet bidragit till att i grunden förändra den empiriska analysen är växelkursstudier.¹ Enligt den enklaste teorin anpassar sig växelkursen så att köpkraftsparitet uppnås; prinsnivån i olika länder är densamma uttryckt i gemensam valuta. Ett ytligt betraktande av data, t ex i figur 1, ger dock ett ganska svagt stöd för denna mycket naturliga teori. Tidiga empiriska studier med data i nivåform, från 1970- och 80-talet, förkastade också nollhypotesen att köpkraftsparitet gäller. De tester som dessa slutsatser byggde på var dock missvisande från statistisk synpunkt, eftersom de inte tog hänsyn till att växelkurser och prinsnivåer är icke-stationära.

Nästa generations studier, från mitten av 1980-talet och framåt, tolkade däremot köpkraftsparitet som en långsiktig relation mellan icke-stationära variabler och testade om avvikelserna från paritet följde en stationär process. Det visade sig att man

fick stöd för stationaritet, särskilt när data utsträcktes ett sekel eller mer bakåt i tiden. Om köpkraftsparitet gäller på lång men inte på kort sikt är en naturlig fråga hur snabb anpassningsprocessen är. Den frågan undersöktes av flera forskare genom att skatta felkorrigeringsekvationer. Typiska resultat visade att avvikelser från paritet reduceras till hälften inom loppet av 3-7 år. Dessa studier utgår från den enklaste formen av köpkraftsparitet, som innebär att den reala växelkursen är konstant. Det är dock rimligt att tänka sig trender i den reala växelkursen, t ex beroende på icke-handlade varor. Senare empiriska studier har därför följt den metodik som anvisats först av Engle och Granger och senare av Johansen, och baserat felkorrigeringsmodellen på en skattad kointegrationsrelation, som tillåter trender i den reala växelkursen. Ett antal sådana studier har genomförts från slutet av 1980-talet och framåt. Det gemensamma resultatet är att nollhypotesen, att serierna inte är kointegrerade, tenderar att förkastas mer allmänt än när man lagt på restriktionen om konstant real växelkurs.

2. Tidsvarierande volatilitet – ARCH

Bedömningen av risker står i centrum för verksamheten på finansiella marknader. Investerare avväger den förväntade avkastningen på en placering mot dess risk. Banker och andra finansiella institutioner vill försäkra sig om att värdet på deras tillgångar, med till visshet gränsande sannolikhet, inte kommer att falla så mycket att bankens soliditet skulle komma i fara. Modeller för prissättning av finansiella tillgångar förklarar priser och avkastningskrav som funktioner av olika riskmått. Avkastningskravet för en enskild aktie beror på samvariationen mellan avkastningen på aktien och avkastningen på marknadsportföljen (enligt CAPM-model-

¹ Se Froot och Rogoff (1995) för en exposé över litteraturen om köpkraftsparitet.

len), optionspriser beror på variansen i den underliggande tillgångens avkastning (enligt Black-Scholes formel). För sådana syften behövs mått på volatiliteten i tillgångarnas avkastning. De metoder som Robert Engle har utvecklat gör det möjligt att göra sådana bedömningar på ett mycket bättre sätt än tidigare.

Figur 2 visar dagsavkastningen av en investering i aktieindex för börsen i New York (Standard and Poor 500) från maj 1995 till april 2003. Avkastningen uppgick i genomsnitt till 5,3 procent per år. Samtidigt var svängningarna stora med enstaka dagar över (plus eller minus) 5 procent. Standardavvikelsen i dagsavkastningen mätt över hela perioden var 1,2 procent. Betraktar vi figuren närmare ser vi att volatiliteten har en tendens att variera över tiden. Under vissa tider, t ex i början av observationsperioden, är avkastningen över en dag aldrig större än (plus eller minus) en procent. Under andra perioder, t ex under senare delen av 2002, är dagsavkastningar på (plus eller minus) 2-3 procent frekventa. Detta mönster illustreras i figur 3 som visar standardavvikelsen beräknad över de fyra senaste veckorna. Som synes varierar den påtagligt, från omkring en halv procent under lugna perioder upp till närmare tre procent under mer turbulenta perioder.

Engles bidrag

Figur 3 återger bara beräkningar i efterhand av hur volatiliteten varierat över tiden. Men investerare och finansiella institutioner behöver en framåtblickande bedömning – en prognos – över volatiliteten under kommande dag, vecka och år. I en banbrytande uppsats, Engle (1982), formulerade Robert Engle en modell, som gjorde det möjligt att göra sådana bedömningar. Det nydanande i ansatsen kan beskrivas utifrån den vanliga linjära regressionsmodellen i ekvation (1). I denna modell antas den betingade variansen för slump termen ε normalt vara konstant och således lika med den obetingade variansen.

Med en teknisk term antas slump termen vara homoskedastisk, ett antagande som synbarligen är svårt att förena med de stora variationerna i aktieavkastningens varians under kortare perioder som illustreras i figur 2.

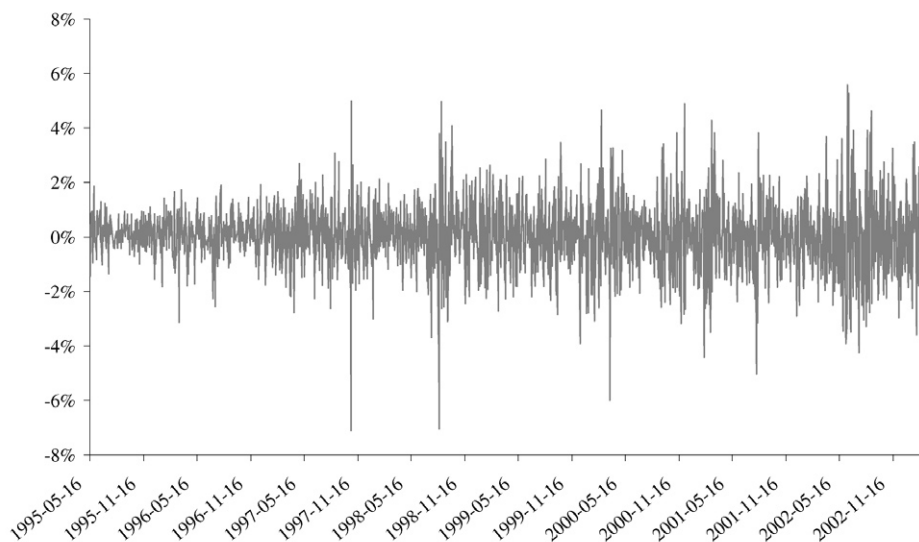
Att graden av volatilitet varierar över tiden hade förvisso observerats långt tidigare. Mandelbrot (1963) noterar t ex att "large changes tend to be followed by large changes – of either sign – and small changes by small changes...". Mandelbrot höll emellertid fast vid att modellera aktieavkastningen som oberoende och identiskt fördelad över tiden. Han förespråkade en familj av sk Pareto-stabila fördelningar snarare än normalfördelningen för att karakterisera avkastningens fördelning. Denna familj innehåller normalfördelningen som specialfall men omfattar också fördelningar som har mycket tjockare svansar (t o m oändlig varians) än normalfördelningen, se t ex Rachev och Mittnik (2000).

Engles modell från 1982 bygger däremot på antagandet att slump termerna inte är oberoende av varandra, utan att variansen i slump termen beror systematiskt på tidigare realiserade slump termer. Med andra ord varierar slump termens *betingade* varians över tiden, medan den obetingade variansen fortfarande är konstant. Specifikt antas den betingade variansen h_t vara en funktion av kvadrerade slump termer i tidigare perioder:

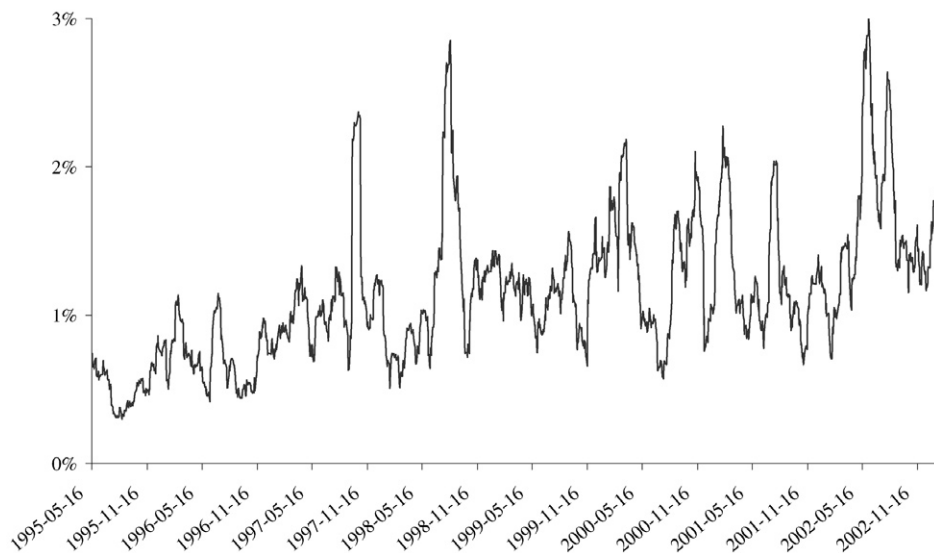
$$h_t = \delta_0 + \sum_{j=1}^q \delta_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad (2)$$

där δ_j , $j=0,1,\dots,q$, är positiva konstanter. Från ekvation (2) kan man se, att stora fel (i absoluta tal) tenderar att följas av ytterligare stora fel, eftersom nästa slump term genereras från en betingad fördelning med hög varians. Slump termen kallas autoregressivt betingat heteroskedastisk och Engles ansats har därför kommit att bli känd under akronymen ARCH (*autoregressive conditional heteroskedasticity*). I denna modell skattas alltså inte bara parametrarna för det betingade väntevärdet, α och β i (1), utan också de parametrar δ_j , $j=0,1,\dots,q$, som beskriver

Figur 2 Procentuell dagsavkastning på en investering i Standard and Poor 500 aktieindex, 16 maj 1995 – 29 april 2003



Figur 3 Standardavvikelse för den procentuella dagliga avkastningen på en investering i Standard and Poor 500 aktieindex, 16 maj 1995 – 29 april 2003, beräknad på data för fyra närmast föregående veckor



hur den betingade variansen beror på felen i tidigare perioder. Detta var en helt ny idé utan någon föregångare i litteraturen. Engle visade hur ARCH-modeller kan skattas och presenterade ett lätt användbart test för hypotesen att slumptermens betingade varians är konstant.

I senare forskning har Engle tillsammans med studenter och kollegor utvecklat sin ansats i flera olika riktningar. Mest känd är den generaliserade ARCH-modellen (GARCH), presenterad av Tim Bollerslev (1986), där den betingade variansen för slumptermen i en viss period inte bara beror på tidigare slumpstermer utan också på den betingade variansen i tidigare perioder. Denna generalisering har visat sig praktiskt mycket användbar och är idag den modell som oftast tillämpas. Anledningen är statistisk, nämligen att autokorrelationen i den kvadrerade slumptermen ofta avtar långsamt, särskilt vid högfrekventa observationer som dagsdata. När detta fenomen förklaras med en ARCH-modell blir variansen en funktion av slumptermerna i många tidigare perioder (q är ett stort tal i ekvation 3) medan GARCH-modellen gör det möjligt att fånga autokorrelationen med färre parametrar.

Inresant nog var Engles utveckling av ARCH modellen inte primärt motiverad av finansiella variabler. I stället tycks han ha varit inspirerad av Lucas och Friedmans arbeten där graden av osäkerhet om vissa variabler kan påverka makroekonomiska samband, t ex lutningen av Phillipskurvan. Ett naturligt sätt att närma sig sådana relationer är att modellera graden av osäkerhet som en tidsvarierande varians i slumptermen av en ekonometrisk modell. I Engle (1982) är också den ekonomiska tillämpningen en modell av inflationstakten, där slumptermens varians tillåts variera systematiskt över tiden.

Men, som ofta är fallet med nya rön inom gundforskningen, skulle det snart visa sig att de viktigaste tillämpningarna fanns på annat håll. Som vi redan antytt skulle Engles modellering av tidsvarierande volatilitet passa som hand i handske för tillämpningar

inom den finansiella sektorn, vars aktiviteter just syftar till att hantera olika slags risker. En ARCH-modell för avkastningen på en tillgång kan nämligen användas som ett verktyg för att prognosticera dess varians. Detta är i sig av stort intresse i många sammanhang, t ex som mått på den totala risken i en portfölj. En enskild tillgångs bidrag till portföljens samlade risk beror dock inte så mycket på dess varians som på samvariationen (kovariansen) med övriga tillgångars avkastning. I många finansiella sammanhang är det därför naturligt att tillämpa multivariata generaliseringar av ARCH- och GARCH-modellerna, som beskriver avkastningen på ett system av tillgångar, och där inte bara varianser utan också kovarianser görs till funktioner av tidigare slumpstermer. Engle själv har aktivt bidragit till utvecklingen av multivariata GARCH-modeller, se t ex Engle och Kroner (1995) samt Engle (2002).

Det var också naturligt att koppla en ARCH-struktur till modeller för prissättning av finansiella tillgångar. Placering kräver kompensation i form av högre avkastning för riskfyllda investeringar. Modeller för avkastning på, t ex, aktier formulerar därför samband mellan första momenten (förväntade avkastningar) och andra momenten (varianser och kovarianser). Det första exemplet på en modell med en sådan koppling (s k ARCH-in-mean) är Engle, Lilien och Robbins (1987). Där modelleras det betingade medelvärdet för avkastningen på en enskild tillgång som en funktion av dess betingade varians. På så sätt får man en modell med tidsvarierande förväntad avkastning. Men finansiell teori säger att priset på en tillgång inte beror på dess varians utan i stället på kovariansen med marknadsportföljen (enligt CAPM) och med andra icke-diversifierbara faktorer. En GARCH-in-mean-modell med flera tillgångar där den förväntade avkastningen är en funktion av hela kovariansstrukturen utvecklades av Bollerslev, Engle och Wooldridge (1988). Variansdelen av denna modell utgjorde samtidigt den första multivariata GARCH-modellen. Ett problem

är att modellen innehåller ett stort antal parametrar att skatta. En faktormodell som reducerar antalet parametrar presenteras i Engle (1987) och senare i Engle, Ng och Rothschild (1990). Se också Diebold och Nerlove (1989).

Efter dessa pionjärbidrag har det utvecklats ett helt nytt och mycket aktivt forskningsområde, s k finansiell ekonometri, som just syftar till att utveckla nya metoder för studier av volatiliteten i finansiella variabler. Engles genombrott har därför haft stor inomvetenskaplig betydelse.

Ett exempel på tillämpning

Hur stor praktisk betydelse har det att kunna mäta hur volatiliteten varierar över tiden? När man skattar en första ordningens GARCH-modell för aktieavkastningarna i figur 2 blir resultatet

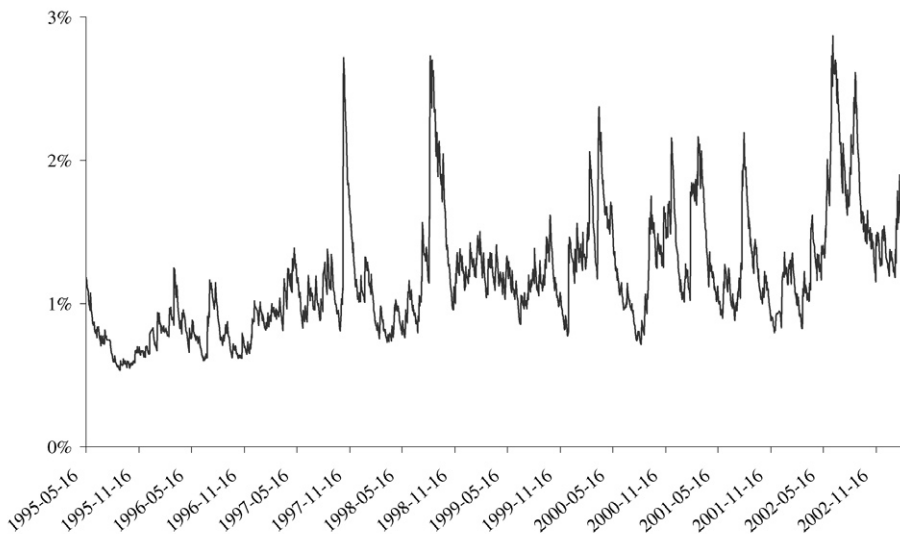
$$h_t = \hat{\delta}_0 + 0,091\epsilon_{t-1}^2 + 0,899h_{t-1} \quad (3)$$

Tolkningen är att en onormalt stor kvadrerad slumpterm en viss dag slår igenom med 9 procent på den betingade variansen

för dagen därpå och att 90 procent av den ökning i variansen som genererats kvarstår till kommande dag. Efter sex dagar finns hälften av variansökningen kvar. Vi kan också tillämpa den skattade modellen för att beräkna utvecklingen av den betingade volatiliteten, uttryckt som en standardavvikelse. Figur 4 visar att den fluktuerar mellan 0,5 och 3 procent under den aktuella perioden.

Hur stort kapital riskerar en investerare med en indexportfölj motsvarande Standard and Poor 500 att förlora under nästa dag? Med en prognosticerad standardavvikelse på 0,5 procent kommer hennes förlust, med 99 procents sannolikhet, inte att överstiga 1,2 procent av portföljens värde. Vid 3 procents standardavvikelse är motsvarande maximala kapitalförlust hela 6,7 procent. Liknande kalkyler av *value-at-risk* spelar en central roll i modern riskanalys när banker och andra företag beräknar marknadsrisken i sina värdepappersportföljer. Sedan 1996 föreskriver också internationellt överenskomna regleringar (de s k Basel-reglerna) att *value-at-risk* bör användas som underlag vid beräkningar av bankernas kapitaltäckningskrav.

Figur 4 Estimerad betingad standardavvikelse för dagsavkastningen från Standard and Poor 500 aktieindex, 16 maj 1995 – 29 april 2003, baserad på ekvation (3)



Genom att de används i dessa och många andra sammanhang är ARCH-metoder idag omistliga redskap vid riskbedömningar i den finansiella sektorn.

3. Sammanfattning och lästips

Robert Engle och Clive Granger har, på var sitt område, upptäckt att viktiga egenskaper i ekonomiska tidsserier fångas av ett nytt begrepp. De har själva och tillsammans med andra forskare utvecklat statistiska metoder omkring dessa begrepp. Härigenom har de banat nya vägar för empirisk forskning. Deras metoder har inom loppet av något decennium kommit att införlivas bland standardverktygen i ekonomisk forskning. De tillämpas idag med framgång på en lång rad områden.

Såväl kointegration som ARCH behandlas utförligt av de flesta moderna läroböcker i ekonometri. Mer specialiserade framställningar finns i Banerjee et al (1993) och Hatanaka (1996) beträffande kointegration och i Gouriéroux (1996) beträffande ARCH. Engle och Granger (1991) och Engle (1995) är samlingsvolymerna med nyckeluppsatser. Engle (2001, 2002) ger pristagarens egen aktuella bild av forskningen på området. För en mer personlig bild av Clive Granger kan vi också hänvisa till Teräsvirta (1995) och Phillips (1997). För en motsvarande intervju med Robert Engle, se Deibold (2003). På Nobelstiftelsens hemsida går det även att ta del av priskommitténs motivering över valet av pristagare (<http://www.nobel.se/nobel/economics/laureates/2003/adv.html>).

Referenser

- Balke, N och T B Fomby (1997), "Threshold Co-integration", *International Economic Review*, vol 38, s 627-645.
- Banerjee, A, J Dolado, J W Galbraith och D F Hendry (1993), *Co-Integration, Error-Correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data*, Oxford University Press, Oxford.
- Bollerslev, T (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* vol 31, s 307-327.
- Bollerslev, T, R F Engle och J Wooldridge (1988), "A Capital-Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances", *Journal of Political Economy*, vol 96, s 116-131.
- Diebold, F X (2003), "The ET interview: Professor Robert F Engle", *Econometric Theory*, vol 19, s 1159-1193.
- Diebold, F X och M Nerlove (1989), "The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent Factor ARCH Model", *Journal of Applied Econometrics*, vol 4, s 1-21.
- Engle, R F (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, vol 50, s 987-1007.
- Engle, R F (1987), "Multivariate GARCH with Factor Structures – Cointegration in Variance", unpublished paper, University of California at San Diego.
- Engle, R F (2001), "GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics", *Journal of Economic Perspectives*, vol 15, nr 4, s 157-168.
- Engle, R F (2002), "New Frontiers for ARCH Models", *Journal of Applied Econometrics*, vol 17, s 425-446.
- Engle, R F (red) (1995), *ARCH. Selected Readings*, Oxford University Press, Oxford.
- Engle, R F och C W J Granger (1987), "Co-Integration and Error-Correction: Representation, Estimation, and Testing", *Econometrica* vol 55, s 251-276.
- Engle, R F och C W J Granger (red) (1991), *Long-Run Economic Relationships. Readings in Cointegration*, Oxford University Press, Oxford.
- Engle, R F och K F Kroner (1995), "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH", *Econometric Theory*, vol 11, s 122-150.
- Engle, R F, D M Lilien och R P Robins (1987), "Estimating Time-Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model", *Econometrica*, vol 55, s 391-407.
- Engle, R F, V K Ng och M Rothschild (1990), "FACTOR-ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills", *Journal of Econometrics*, vol 45, s 213-237.
- Froot, K A och K Rogoff (1995), "Perspectives on PPP and Long-Run Real Exchange Rates" i G Grossman och K Rogoff (red), *Handbook*

- of *International Economics*, vol 3, Elsevier, Amsterdam.
- Gouriéroux, C (1996), *ARCH Models and Financial Applications*, Springer Verlag, Berlin.
- Granger, C W J (1981), "Some Properties of Time Series Data and their Use in Econometric Model Specification", *Journal of Econometrics*, vol 16, s 121-130.
- Granger, C W J och P Newbold (1974), "Spurious Regressions in Econometrics", *Journal of Econometrics*, vol 2, s 111-120.
- Granger, C W J och N R Swanson (1996), "Further Developments in the Study of Cointegrated Variables", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol 58, s 374-386.
- Granger, C W J och A A Weiss (1983), "Time Series Analysis of Error-Correction Models" i S Karlin, T Amemiya och L A Goodman (red), *Studies in Econometrics, Time Series and Multivariate Statistics, in Honor of T W Anderson*, Academic Press, San Diego.
- Hylleberg, S, R F Engle, C W J Granger och B S Yoo (1990), "Seasonal Cointegration", *Journal of Econometrics*, vol 44, s 215-238.
- Johansen, S (1988), "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol 12, s 231-254.
- Johansen, S (1991), "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models", *Econometrica*, vol 59, s 1551-1580.
- Lettau, M och S Ludvigson (2003), "Understanding Trend and Cycle in Asset Values: Reevaluating the Wealth Effect on Consumption", Working Paper 9448, National Bureau of Economic Research.
- Mandelbrot, B (1963), "The Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business*, vol 36, s 394-419.
- Phillips, P C B (1997), "ET Interview: Clive Granger", *Econometric Theory*, vol 13, s 253-304.
- Rachev, S och S Mittnik (2000), *Stable Paretian Models in Finance*, Wiley, Chichester.
- Teräsvirta, T (1995), "Professor Clive W J Granger: An interview for the International Journal of Forecasting", *International Journal of Forecasting*, vol 11, s 585-590.

Annonsera i **ekonomisk debatt**

Priser: 1/1-sida: 5 300 kr, 1/2-sida: 3 200 kr, 1/3-sida: 2 300 kr, 1/4-sida: 1 900 kr.
Priserna gäller svartvita annonser i inlagan.

Bokningstider 2004

Nr	1	2	3	4
Bokning	30/1	5/3	2/4	30/4
Material lämnas	10/2	16/3	14/4	10/5
Utgivning	3/3	7/4	5/5	2/6

Annonsbokning: Ekonomisk Debatt, c/o Elisabeth Gustafsson,
IUI, Box 5501, 114 85 Stockholm. Tel: 08-665 45 03, Fax: 08-665 45 99,
E-post: elisabethg@iui.se. Lämna gärna annonserna som pdf-filer.