nr 3 2006 årgång 34

Fotboll och tärningskast. En spelteoretisk analys av straffläggning i fotboll

PÄR TORSTENSSON
är fil dr i nationalekonomi och arbetar vid Regeringskansliet. Artikeln skrevs när han forskade vid Lunds universitet inom områdena spelteori och *mechanism design* (MD). Medan spelteorin försöker hitta lösningar på olika spel, handlar MD om att konstruera spel som spelas på ett önskvärt sätt eller får den lösning man föredrar.
par.torstensson@industry.ministry.se

Straffläggning i fotboll är ett dramatiskt skådespel där kommentatorer, sportjournalister, professionella och åskådare alla tycks ha en idé om vad som är bäst att göra, sett ur antingen målvaktens eller straffskyttens perspektiv. Problemet är lämpligt att ställa upp som ett statiskt två-personersspel varefter man relativt lätt kan ta fram Nashjämvikten. Givet modellen finns bara ett sätt att agera på för bägge spelarna – att låta en tärning bestämma deras agerande.

Sommaren 2005 gick matchen mellan Argentina och Mexiko i för-VM-turneringen till straffläggning efter ett oavgjort resultat vid full tid och efterföljande förlängning. Kommentatorerna i SVT, Staffan Lindeborg och Glenn Strömberg, diskuterade i samband med detta varför inte fler målvakter chansar på att stå kvar mitt i målet vid straffläggningen. Den främsta motiveringen var att det är ganska vanligt att straffskyttar slår bollen mitt i målet eftersom målvakten ofta chansar på att kasta sig åt något håll. Kommentatorernas observation och frågeställning är inte bara intressant för fotbollsentusiaster, utan också för ekonomer som sysslar med spelteori. Låt oss börja med att förklara varför.

Ickekooperativ spelteori kan både förklara och förutsäga vad som kommer att hända i en rad ekonomiska och sociala situationer.[1] Ett exempel, som faktiskt påminner om straffläggning, är barnleken Sten-sax-påse. I denna lek formar två personer samtidigt sin hand till en sten, en sax eller ett papper. Reglerna är att sten vinner över sax, sax vinner över papper och papper vinner över sten. Om spelarna väljer samma sak blir det lika. Leken är ett 3×3-spel, där bägge spelarna har tre rena strategier (sten, sax och papper).[2] Ickekooperativ spelteori säger att lösningen på detta spel är att hitta ett strategipar, dvs en strategi för vardera av spelarna, där strategierna är bästa svar mot varandra. Ett strategipar som uppfyller detta villkor kallas för en Nashjämvikt. Det är lätt att se att strategiparet (sten, sax) *inte* utgör en Nashjämvikt, sten är ett bästa svar mot sax men sax är inte ett bästa svar mot sten. Det går snabbt att konstatera att det inte finns någon Nashjämvikt i rena strategier i detta spel. Däremot finns det en entydig Nashjämvikt

[1] Ett spel är ickekooperativt om utfästelser, t ex avtal, löften eller hot, inte är bindande och verkställbara.

[2] Med $n\times n$-spel menas att spelarna har n rena strategier vardera. I leken sammanfaller en ren strategi med ett val av handform. För att se likheten med straffläggning kan vi kalla spelarna för skytt respektive målvakt samt kalla strategierna för höger, vänster och mitten. Reglerna är att målvakten vinner varje gång spelarna väljer samma strategi medan skytten vinner vid alla andra tillfällen.

Författaren tackar Carl-Johan Belfrage, Tobias Lindqvist, Per Skedinger och Johan Stennek för värdefulla kommentarer.

i blandade strategier, nämligen att bägge spelarna använder varje ren strategi med sannolikhet 1/3. En *blandad* strategi är således en sannolikhetsfördelning över spelarens rena strategier (sten, sax och påse). Noterbart är att en spelare är indifferent mellan sten, sax och påse när dess motståndare använder sig av jämviktsstrategin.[3] Motståndaren kommer dock endast att göra detta om han själv är indifferent mellan sina rena strategier, vilket kräver att den förstnämnde spelaren också spelar varje ren strategi med sannolikhet 1/3.

Ett problem för ickekooperativ spelteori är svårigheten att få vissa resultat bekräftade av empiriska data. Det gäller inte minst bevis på att människor faktiskt använder sig av blandade strategier. Experimentella studier, där deltagarna får spela konstruerade spel i en kontrollerad miljö, ger i många fall tvetydiga resultat.[4] Det är denna svårighet som har inspirerat Chiappori m fl (2002), Palacios-Huerta (2003) och Coloma (2004) att analysera straffläggning i fotboll. Till skillnad från de flesta av deltagarna i laboratorieexperiment är fotbollsproffs experter på spelet de spelar och de är välmotiverade. Dessutom finns en stor mängd data att tillgå när i princip varenda match finns dokumenterad på film sedan tjugo år tillbaka, åtminstone vad gäller de stora europeiska ligorna och internationella mästerskap. Exempelvis använder Palacios-Huerta (2003) nästan 1 500 straffar i sin undersökning.

Vi kommer i denna artikel att koncentrera oss på det spelteoretiska grundproblemet i Chiappori m fl (2002), vilket är ett 3x3-spel där man även beaktar att skytten kan missa målet samt att målvakten inte räddar allt trots att han gick åt rätt håll. Liksom spelen ovan har detta spel en entydig Nashjämvikt i blandade strategier. Vi studerar hur denna jämvikt påverkas av olika sannolikheter för missar och räddningar. Framför allt kommer vi visa, när vi använder samma sannolikheter som Chiappori m fl (2002), att målvakten ska stå kvar i mitten av målet med en lägre sannolikhet än sannolikheten att skytten ska placera bollen där.

1. Den spelteoretiska modellen

Chiappori m fl (2002) tänker sig en vanlig straffsituation i fotboll men gör följande förenklande antaganden. Spelarna kan inte läsa varandras intentioner och de agerar samtidigt. Alla skott mot en riktning är lika hårda, således saknas denna dimension av spelet. Skytten har en felmarginal, vilket gör att han kan missa målet. En högerfotad skytt har lättare att skjuta till vänster om målvakten (sin naturliga sida) än till höger om denne. Omvänt gäller för vänsterfotade skyttar. Målvakten kan perfekt observera om skytten är höger- eller vänsterfotad. Det är inte säkert att målvakten räddar skottet även om han går åt rätt håll. Målvakten räddar alltid skottet om han valt att stå kvar och skottet går mitt i målet.

---

[3] Den förväntade payoffen är densamma oavsett vad spelaren väljer för strategi.
[4] Se Palacios-Huerta (2003) för en diskussion och några referenser.

I stället för att relatera strategierna till höger respektive vänster av målet använder vi en idé av Colomas (2004) och relaterar i stället till skyttens naturliga respektive onaturliga sida.[5] Skyttens (rena) strategier blir då: ”skjuta mot sin naturliga sida” (N), ”skjuta mitt i målet” (M), och ”skjuta mot sin onaturliga sida” (O). Målvakten har motsvarande (rena) strategier; ”kasta sig mot skyttens naturliga sida” (N), ”stå kvar i mitten” (M) och ”kasta sig mot skyttens onaturliga sida” (O). Med dessa beteckningar kan vi strunta i om skytten är högerfotad eller inte. Spelets strategiska form (även kallad normal form) är:

nr 3 2006 årgång 34

Figur 1
Straffläggningens strategiska form beskriven med en payoffmatris

		Målvakt		
		N	M	O
Skytt	N	λ_N	π_N	π_N
	M	μ	0	μ
	O	π_O	π_O	λ_O

Matrisen talar om sannolikheterna för mål vid olika strategikombinationer. Exempelvis blir det mål med sannolikhet λ_N om skytten använder sig av strategi N och målvakten av strategi N. Den förväntade payoffen blir således λ_N till skytten och $1-\lambda_N$ till målvakten.

Ovan har vi indirekt redan antagit att $\lambda_N > \lambda_O$ och $\pi_N > \pi_O$, dvs sannolikheten för mål är högre på den naturliga sidan än på den onaturliga sidan oavsett om målvakten gått rätt eller fel. Givetvis är sannolikheten för mål högre om målvakten gått fel än om han gått rätt för varje bollplacering, dvs $\mu > 0$, $\pi_N > \lambda_N$ och $\pi_O > \lambda_O$. Det återstår att relatera sannolikheten för mål vid skott mitt i målet (μ) när målvakten kastat sig åt något håll. Vi tittar på tre fall (Chiappori m fl 2002 och Coloma 2004 studerar endast fall A):

(A) $\pi_N > \pi_O > \mu > \lambda_N > \lambda_O$, dvs givet att målvakten kastar sig åt något håll är sannolikheten för mål högst om bollen slås i motsatt riktning.

(B) $\pi_N > \mu > \pi_O > \lambda_N > \lambda_O$, dvs givet att målvakten kastar sig åt skyttens naturliga sida är sannolikheten för mål högst om bollen slås mot mitten. Om målvakten däremot kastar sig åt skyttens onaturliga sida är sannolikheten för mål högst om bollen slås mot den naturliga sidan.

(C) $\mu > \pi_N > \pi_O > \lambda_N > \lambda_O$, dvs givet att målvakten kastar sig åt något håll är sannolikheten för mål högst om bollen slås mitt i målet.

[5] Coloma (2004) testar den blandade Nashjämvikten i Chiappori m fls (2002) modell på ett annat sätt, men med samma data.

2. Spelets Nashjämvikt och dess implikationer

Det är välkänt att den klass av spel som detta spel tillhör inte har en Nashjämvikt i rena strategier. Nash (1950) har dock visat att alla ändliga spel har minst en Nashjämvikt om vi tillåter blandade strategier. Colomas (2004) resultat visar att Nashjämvikten är entydig och har fullt stöd givet att μ är tillräckligt stort.[6] Med andra ord kommer spelarna att spela alla sina rena strategier med en positiv sannolikhet under förutsättning att sannolikheten för mål när målvakten kastat sig och skytten slagit bollen i mitten inte är för låg.

Låt oss titta närmare på vad denna Nashjämvikt betyder för spelarnas ageranden. Chiappori m fl (2002) slår fast att under antagande A gäller följande:

- Skytten skjuter med högst sannolikhet mot sin naturliga sida och med lägst sannolikhet mot mitten av målet.
- Målvakten kastar sig med högst sannolikhet mot skyttens naturliga sida och står kvar mitt i målet med lägst sannolikhet.
- Målvakten väljer att kasta sig mot skyttens naturliga sida med en högre sannolikhet än sannolikheten att skytten väljer att placera bollen där.
- Målvakten väljer att stå kvar mitt i målet med en lägre sannolikhet än sannolikheten att skytten väljer att placera bollen där.

Vi konstaterar att det är den sista punkten som förändras när vi studerar Nashjämvikten under antagande B och C. Under antagande C blir sannolikheterna omkastade och vi har att:

- Målvakten väljer att stå kvar mitt i målet med en högre sannolikhet än sannolikheten att skytten väljer att placera bollen där.

Under antagande B blir den sista punkten betydligt mer komplicerad:

- Målvakten väljer att stå kvar mitt i målet med samma sannolikhet som skytten om, och endast om, $\mu = \mu^*$, där

$$\mu^* = \frac{2\pi_N\pi_O - \pi_O\lambda_N - \pi_N\lambda_O}{\pi_O - \lambda_N + \pi_N - \lambda_O}.$$

Målvakten väljer att stå kvar mitt i målet med en högre (lägre) sannolikhet än sannolikheten att skytten väljer att placera bollen där om, och endast om, $\mu > \mu^*$ ($\mu < \mu^*$). Vi har att $\pi_N > \mu^* > \pi_O$ så under antagande B är alla tre varianter möjliga. Av störst intresse är $\mu \approx \mu^*$, vilket innebär att skytten och målvakten väljer ”mitt i målet” med ungefär samma sannolikhet.

En tumregel är således: *målvakten väljer ”mitten” mer sällan än skytten om sannolikheten för mål när målvakten kastat sig åt något håll är högst om bollen slås i motsatt riktning, däremot väljer skytten ”mitten” mer sällan än målvakten om sannolikheten för mål när målvakten kastat sig är högst om bollen slås i ”mitten”.*

[6] Ett särskilt appendix med Nashjämvikten finns att få av författaren.

Enligt Chiappori m fl (2002) pekar dels statistik och dels uppskattningar från professionella fotbollsspelare mot att antagande A är rimligt. Data från de franska och italienska fotbollsligorna ger enligt dem följande sannolikheter: $\mu = 0{,}84$, $\pi_O = 0{,}893$, $\pi_N = 0{,}944$, $\lambda_N = 0{,}636$ och $\lambda_O = 0{,}437$. Applicerat på Nashjämvikten innebär dessa siffror att skytten väljer sin naturliga sida med sannolikhet 0,490, sin onaturliga sida med sannolikhet 0,331 och mitt i målet med sannolikhet 0,179. Målvakten väljer den naturliga sidan med sannolikhet 0,605, den onaturliga sidan med sannolikhet 0,297 och mitt i målet med sannolikhet 0,098. Straffskytten kan således använda en tärning varje gång det utdöms en straff. Exempelvis, blir det 1, 2 eller 3 ska han skjuta mot sin naturliga sida, blir det 4 eller 5 ska han skjuta mot sin onaturliga sida och blir det 6 ska han skjuta mot mitten. Målvakten kan använda en 10-sidig tärning på ett liknande sätt. Exempelvis, blir det 1–6 ska han kasta sig mot den naturliga sidan, blir det 7–9 ska han kasta sig mot den onaturliga sidan och blir det 10 ska han stå kvar i mitten.

nr 3 2006 årgång 34

Vilken intuition kan man ge till att målvakten står kvar i mitten med en lägre sannolikhet än sannolikheten att skytten väljer att placera bollen där? Svaret ligger i att målvakten är indifferent mellan sina strategier när skytten använder en tärning som ovan. Att stå kvar i mitten med en högre sannolikhet ökar inte målvaktens förväntade payoff. Visserligen kommer han nästan säkert att rädda skottet om skytten slog en 6:a men samtidigt blir det lättare att göra mål om skytten slog 1, 2, 3, 4, eller 5. Skytten kommer å sin sida bara att använda sin jämviktsstrategi så länge som målvakten använder sin 10-sidiga tärning enligt beskrivningen ovan. Att stå kvar i mitten med en högre sannolikhet skulle rubba jämvikten och skytten skulle komma att vilja utnyttja detta genom att skjuta mot mitten med en lägre sannolikhet, vilket i sin tur skulle få målvakten att ändra sitt beteende igen osv.

3. Används blandade strategier i de europeiska ligorna?

Om man studerar statistik från de europeiska ligorna kan man omedelbart slå fast att alla alternativ spelas. Enligt Palacios-Huerta (2003) har dock minst antal straffar slagits mitt i målet och i ännu lägre utsträckning har målvakterna valt att stå kvar där. Chiappori m fl (2002) konstaterar att ingen skytt som skjutit fyra eller fler straffar i deras data har gjort det åt samma håll. En annan observation som talar för den blandade Nashjämvikten är att sannolikheten för mål vid en straff när spelarna använder sina jämviktsstrategier stämmer ganska bra överens med vad som kan observeras i data. I Chiappori m fl (2002) går 75 procent av 459 straffar i mål och i Palacios-Huerta (2003) går 80 procent av 1 417 straffar i mål. Vi har räknat ut att sannolikheten för mål är 76 procent när spelarna använder sina jämviktsstrategier, givet de värden vi använde i föregående avsnitt. Alla dessa observationer talar för den blandade Nashjämvikten, men för mer systematisk evidens krävs riktiga tester.

Chiappori m fl (2002) utför flera tester för att se om en blandad Nashjämvikt återspeglas i deras data på straffar från de första divisionerna i de franska och italienska ligorna. De börjar med att köra en regression för att testa antagandet att skytten och målvakten agerar samtidigt. Om så är fallet ska målvaktens agerande vid en straff inte förutsäga skyttens agerande vid samma straff. De kan inte förkasta hypotesen om att korrelationen är noll, vilket talar för valet av ett statiskt spel.[7] Chiappori m fl (2002) övergår sedan till att testa antagandet om att fotbollsspelarna använder en blandad strategi, dels genom att studera om de observerade frekvenserna av placeringar i data överensstämmer med den frekvens som förutsägs av en blandad Nashjämvikt och dels genom att undersöka om det förekommer någon seriekorrelation bland observationerna av de olika fotbollsspelarna. I det senare fallet studeras om skyttens eller målvaktens agerande i en föregående straff är en statistiskt signifikant förklarande variabel till deras agerande vid en ny straff. Chiappori m fl (2002, s 1147) konstaterar att så inte är fallet.[8]

Chiappori m fl (2002) kan inte heller förkasta ett antagande om att alla målvakter agerar identiskt, så till vida att de väljer samma strategi och har approximativt samma räddningsprocent mot någon given skytt. Till sist testar de hypotesen att sannolikheten för att göra mål är densamma för varje enskild placering av bollen. Hypotesen förkastas endast för en straffskytt på 10 procents signifikansnivå. Slutsatsen i Chiappori m fl (2002) är således att en blandad Nashjämvikt fungerar bra för att förklara det agerande som finns beskrivet i data.

En Nashjämvikt i blandade strategier får också stöd i två andra empiriska studier, Coloma (2004) och Palacios-Huerta (2003). Coloma (2004) använder samma data och grundmodell som Chiappori m fl (2002), men utnyttjar en annan testmetod baserad på regressioner av simultanekvationer. Hans resultat talar för att data är genererade av en blandad Nashjämvikt. Palacios-Huerta (2003) finner stöd i straffstatistiken från de engelska, spanska och italienska ligorna för den blandade Nashjämvikten i en enklare 2x2-modell.

Den empiriska evidensen talar således för att de professionella fotbollsspelarna i de europeiska ligorna använder sig av blandade strategier, vilka inte står i kontrast till Nashjämvikten.

4. Avslutande kommentarer

Den spelteoretiska modellen ovan ger oss en förklaring till varför målvakten står kvar i målet med en lägre sannolikhet än sannolikheten att skytten

[7] Miller (1998) stödjer också detta antagande. Morya m fl (2003) har simulerat straffläggning i laboratoriemiljö för att studera om skyttar försöker reagera på målvaktens val av aktion. De konstaterar att så inte är fallet om målvakten rör sig 1,5 tiondels sekund eller senare innan bollkontakt. Om målvakten rör sig fyra tiondelar eller tidigare innan bollkontakt kunde skyttarna (i genomsnitt) perfekt betinga sin aktion på vad målvakten gjorde.

[8] De påpekar att detta kan bero på att det ofta hinner gå dagar och veckor mellan straffarna om man undantar straffavgöranden i VM och cupspel.

placerar bollen där. Han har nämligen inget att vinna på att agera annorlunda så länge skytten spelar sin jämviktsstrategi.

Man kan fråga sig vad som händer om man modellerar fler alternativ för skytten, t ex lägger till dimensionen *högt* och *lågt* skott. Kommer spelet fortfarande ha en entydig Nashjämvikt? Till skillnad från ett lågt skott kan ett högt skott gå över mål eller ta i ribban. För att strategin ”högt på den naturliga sidan” inte ska vara strikt dominerad av strategin ”lågt på den naturliga sidan” förutsätts att målvakten har svårare att rädda ett högt skott än ett lågt skott.[9] Om strategierna att slå bollen högt är strikt dominerade av strategierna att slå bollen lågt förblir Nashjämvikten densamma. I annat fall finns utrymme för andra Nashjämvikter.

Det är inte heller säkert att slutsatserna håller om vi beaktar att spelarna har ofullständig information om de olika sannolikheterna för mål eller att de tar hänsyn till olika signalerings- och rykteseffekter. Exempel på signalering är skyttens ansatsbana, hans kroppslutning innan skottet samt målvaktens initiala placering och rörelser innan skottet. Rykteseffekter följer av att spelarna inte är identiska och att de är identifierbara. En viss skytt kan vara känd för att ofta vilja gå på kraft, en annan för sin förkärlek att slå bollen i något av kryssen. Både Miller (1998) och Anthony (2000) redogör för att professionella spelare brukar studera sina motståndares beteende inför viktiga matcher.[10]

Till sist kan vi nämna den engelske fotbollsspelaren Gary Linekers målande beskrivning av straffsituationen som i huvudsak ett nervkrig mellan målvakten och skytten (se Miller 1998). För även om man kastar tärning så är det en helt annan sak att sedan faktiskt genomföra straffen inför 70 000 åskådare på läktarna och några miljoner tv-tittare.

REFERENSER

Anthony, A (2000), *On Penalties*, Yellow Jersey Press, London.

Chiappori, P-A, S Levitt och T Groseclose (2002), ”Testing Mixed-Strategy Equilibria when Players are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer”, *American Economic Review*, vol 92, s 1138-1151.

Coloma, G (2004), ”Penalty Kicks in Soccer: An Alternative Methodology for Testing Mixed-Strategy Equilibria”, *Anales de la XXXIX Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Política,* AAEP, Buenos Aires.

Miller, C (1998), *He Always Puts It to the Right. A Concise History of the Penalty Kick*, Victor Gollancz, St Edmundsbury Press Ltd, London.

Morya, E, R Ranvauld och W P Machado (2003), ”Dynamics of Visual Feedback in a Laboratory Simulation of a Penalty Kick”, *Journal of Sports Sciences*, vol 21, s 87-95.

Nash, J (1950), ”Equilibrium Points in N-Person Games”, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol 36, s 48-49.

Palacios-Huerta, I (2003), ”Professionals Play Minmax”, *Review of Economic Studies*, vol 70, s 395-415.

---

[9] En strategi *s* är strikt dominerad av en annan strategi *t* om det alltid innebär en lägre sannolikhet för mål att spela *s* jämfört med att spela *t* oavsett vilken strategi målvakten spelar.

[10] Fast man måste även beakta att spelarna är medvetna om att de kartläggs av motståndarlag.