

Paul Samuelson – det hände sedan med matematiken i nationalekonomin

HANS LIND

REPLIK Bo Sandelin beskrev i en artikel nyligen (Sandelin 2015) hur pionjärerna när det gällde matematik i nationalekonomin såg på matematikens roll. Han urskilde tre olika motiv: (1) Att nå ökad klarhet och göra det lättare att följa logiken i ett resonemang, (2) att efterlikna de framgångsrika naturvetenskaperna och (3) att utgöra ett hjälpmedel för forskaren själv att få överblick och kunna kontrollera resonemangen i en i grunden verbal text.

Ska man förstå det stora genombrottet för matematisk modellering i nationalekonomisk teori är det dock viktigt att gå ett steg till framåt i historien och se på Paul Samuelson (1915–2009). Samuelson fick det andra "nobelpriset" i ekonomi 1970, bl a med motiveringen att han hade bidragit till att "höja den analytiska nivån i nationalekonomin" (Ekonomipriskommittén 1970; egen övers). I min avhandling *Tanken bakom tänkta ekonomier* (Lind 1990) ägnas ett kapitel just åt Samuelson, och här är en sammanfattning av vad jag kom fram till efter en genomgång av hans samlade verk. För den som är intresserad av exakta referenser hänvisas till avhandlingen.

Det är mycket vanligt att Samuelson beskriver de analyser som görs med hjälp av en matematisk modell som *rigorösa*, till skillnad från tidigare analyser. Han skriver: "Det som modern teori och matematik kan tillföra är ... att ett påstående kan ges en klar mening och bevisas en gång för alla" (Samuelson 1959, s 2; egen övers). Genom att formulera om en nationalekonomisk hypotes i ett matematiskt språk får vi tillgång till ett antal

matematiska teorem med vars hjälp vi kan bevisa saker. Om vi i stället för att fråga: "Hur mycket kommer ett vinstmaximerande företag att tillverka?" undrar: "Vad kännetecknar maximum på vinstfunktion $V(\cdot)$?" ger matematiken direkt ett antal första och andra ordningens villkor för att en punkt ska vara maximum, givet att funktionen har vissa egenskaper. I stället för att fråga: "Finns en jämvikt i en marknadsekonomi?" så kan ekonomin beskrivas genom ett antal funktioner där en jämvikt ska ha vissa egenskaper, och då kan vi plötsligt använda olika matematiska fixpunkts-teorem för att bevisa att det under vissa villkor faktiskt finns en jämvikt.

Att man genom att använda ett matematiskt språk kan bevisa saker är inte riktigt tydligt i Sandelins klassificering. "Klarhet" och att "följa logiken", som är ett av klassikernas argument för en matematisk framställning, kan ju betyda många olika saker, och den matematiska klarheten säger ju inget om vad en viss variabel står för. Hur ska vi t ex tolka "vara" i en efterfrågefunktion? Exakt vilken tolkning av "arbetslöshet" har vi i en modell som analyserar vad som påverkar jämviktsarbetslösheten? Just detta att *termerna* inte är så klart definierade behöver dock inte vara en nackdel. Vi kan på det sättet få en mer flexibel modell där vi kan ge centrala begrepp som "vara" olika tolkningar i olika modeller: Är olja en vara, eller är olja-i dag en vara och olja-i morgon en annan vara? Steget från statiska till dynamiska allmänjämviktsmodeller kunde ju tas på ett elegant sätt just genom att varubegreppet inte var preciserat i modellen.

Sandelin pekar vidare på att många av klassikerna gjorde paralleller till fysiken, men Samuelson framför inga sådana argument. Det är dessutom långt ifrån självklart att Samuelsons sätt att använda matematik och modeller motsvarar hur matematik och modeller an-

Hans Lind är professor i fastighetsekonomi på KTH och har främst forskat kring frågor rörande fastighetscykler och bostadsmarknadens funktionssätt. Det gäller t ex hyresregleringens effekter i olika dimensioner (bostadsbyggande, segregation), de kommunala bostadsföretagens roll och regelverk som styr planering och byggande. Han var medlem i den sk Eklundska Bokriskommittén. hans.lind@abe.kth.se

vänds i fysik – se t ex Lind (1993) för en diskussion om detta.

Hos Samuelson anar man en stor psykologisk tillfredsställelse i att använda matematik på det sätt han gör: ”Nu kan vi äntligen bevisa något och då är vi klara med det och kan gå vidare!” När vi diskuterar i termer av tänkbara empiriska lagar, som den klassiska lagen om efterfrågan, som säger att om priset höjs sjunker den efterfrågade kvantiteten, kan vi lätt hitta motexempel. Även om vi kastar in ett antagande om ”allt annat lika” och bortser från giffenvaror, kan det ju t ex röra sig om en sknobbvara eller en vara där konsumenterna sammankopplar pris och kvalitet, så att högre pris leder till att det köps mer. Det enda vi kan säga är flummiga saker som att lagen gäller ”ofta” eller ”i regel” eller att det finns en ”tendens” att den gäller, eller att det i någon odefinierad mening är ”sannolikt” att den efterfrågade kvantiteten sjunker om priset stiger. Men efter den matematiska revolutionen kan vi äntligen *bevisa* något: ”Givet A, kan vi bevisa att B (t ex högre priser) leder till C (t ex lägre efterfrågad kvantitet)”!

Samuelson har också en bild av vetenskaplig utveckling. Han var väl medveten om att A innehåller förenklingar och idealiseringar och att vi egentligen är intresserade av om B leder till C i en verklig ekonomi vid en viss tidpunkt. Skulle t ex en mer expansiv finanspolitik i Sverige i dag öka sysselsättningen och skulle en minskad skatt på en miljövänlig vara leda till ökad konsumtion? Friedmans ståndpunkt, att antagandenas realism inte spelar någon roll, ansåg Samuelson vara oseriös. Ska vi kunna luta oss mot en modell för att hävda något om verkligheten är det klart att modellen måste vara trovärdig.¹ Om en viss modell kritiserats för att abstrahera bort någon dimension som kan vara väsentlig

i en viss konkret situation, är det logiska att försöka bygga en ny modell som tar hänsyn till denna potentiellt relevanta aspekt. Samuelson ser den teoretiska utvecklingen just som en serie av successiva approximationer. Sugden (2000) diskuterar detta i termer av att en bra modell beskriver en ”trovärdig värld”. Det handlar inte om att med tiden bygga jättelika superrealistiska modeller, utan man ska enbart föra in det i modellen som det finns skäl att tro har betydelse för utfallet i verkligheten.

Samuelson diskuterar inte närmare vad som händer på längre sikt, men min tolkning är att efter ett tag kommer en specifik fråga att förlora intresse och marginalnyttan av att göra en ännu mer realistisk modell framstår som liten. I stället börjar ekonomerna om med en ny enkel modell för att belysa det som nu står på dagordningen – en modell som sedan görs mer realistisk genom att man stegvis lägger till vad som bedöms som relevanta aspekter utifrån de pågående diskussionerna. Och så börjar man om med en ny enkel modell snart igen när nya frågor dyker upp. Med tiden kommer den ekonomiska vetenskapen att innehålla en allt större katalog av modeller – en stor mängd enklare och mer komplicerade modeller, som ekonomen kan välja mellan när denne ska analysera en viss fråga. Resultatet blir inte en enda stor modell där ”allt” finns med utan en ständig växande uppsättning av relativt enkla modeller – även om vissa glöms bort efter ett tag för att de kanske inte var så användbara!

I Lind (1992) finns en studie av hur en ledande teoretiker (Lars E O Svensson) i sina artiklar från 1980-talet motiverade att just hans modell är bättre än tidigare modeller. Ett mycket vanligt argument i de studerade artiklarna var just att den aktuella modellen var bättre än

¹ Ibland vill ekonomen bara visa att något är logiskt möjligt eller omöjligt (typ Arrows omöjlighetsteorem), men jag bortser från det fallet här.

tidigare modeller därför att den nya modellen var mer realistisk i ett avseende som potentiellt kunde påverka de samband som bevisats i tidigare artiklar. Det fanns inga argument i dessa teoretiska artiklar om att den nya modellen skulle ge bättre förutsägelser. Min tolkning var att nationalekonomiska teoretiker då i hög grad arbetade på ett sätt som stämde med Samuelsons syn på matematiska modeller. Såvitt jag vet har inga senare systematiska studier gjorts om detta, men min bedömning är att en ny sådan studie med senare material skulle peka i samma riktning.

Ett annat intressant och viktigt resultat var att det i alla artiklarna fanns ett stycke om ”intuitionen bakom modellen”. En bra artikel innehåller en matematisk modell, men också en *story* som ska framstå som trovärdig och göra att vi vågar ge resultatet i modellen en viss vikt när vi ska ta ställning till om B leder till C i en viss konkret situation. Sugden (2000) ger exempel på några mycket enkla modeller som har fått stort genomslag just därför att de mekanismer som är centrala i modellen bedömdes som centrala mekanismer på det empiriska fält som modellerna handlar om. Schellings modell av segregationsprocesser är ett exempel som nämns (t ex Schelling 1971).

Vi har dock lärt oss att det inte finns något sådant som en gratislunch, och McCloskey (1991) har på ett kärnfullt sätt beskrivit problemet med den samuelsonska strategin, genom att beskriva en typisk teoretisk artikel i nationalekonomi som ”mycket rigorös på mitten, men luddig [*touchie-feelie*] i ändarna” (McCloskey 1991, s 11; egen övers).² I mitten av en typisk teoretisk artikel finns det rigorösa beviset att givet A leder B till C, men argumenten för att just A är intressanta antaganden är ofta

lite luddiga, liksom slutsatserna. I de artiklar som studeras i Lind (1990, 1992) hävdades t ex ofta i slutsatserna att modellen hade ökat vår förståelse eller visat att något ”kan” hända – och ”kan” kan ju här betyda allt från logiskt möjligt till ganska sannolikt i verkligheten!

I Lind (2007) görs ett försök att minska denna luddighet lite genom att använda Bayes sats. Denna sats handlar om hur vi ska revidera sannolikheten hos ett påstående när det kommer ny information. Ofta tänker vi på ny information som en ytterligare empirisk studie rörande ett visst fenomen – t ex att en ny studie om hur isen smälter på Arktis påverkar sannolikheten att den framtida temperaturen kommer att stiga på ett visst sätt. Lind och Hellström (2006) använder Bayes sats för att diskutera hur sannolikheten hos påståendet ”En marknadsanpassning av hyrorna leder till mer segregation” bör förändras utifrån resultatet att segregationen i Malmö 1990–2001 inte ökade snabbare än i Stockholm trots att hyrorna marknadsanpassades i Malmö men inte Stockholm. Men den nya informationen behöver inte vara ett nytt empiriskt resultat utan kan vara ny information i form av ett nytt bevisat samband i en modell. Beviset ”Givet A leder B till C” ses då alltså som ny information och frågan blir hur mycket en rationell person skulle ändra sin a priori-sannolikhet rörande påståendet ”B leder till C på marknaden X vid tidpunkten T” på grund av denna nya information.

Ett viktigt resultat av ett sådant angreppssätt är att den allmänna frågan om de matematiska modellernas roll i nationalekonomi framstår som tämligen meningslös: *Det handlar om att bedöma enskilda modeller i relation till en viss specifik konkret fråga*, t ex om vad som gäller på en viss specifik marknad vid en viss specifik

² Jag får väl ta åt mig lite av äran här eftersom artikeln bl a hänvisar till de empiriska resultaten i Lind (1993), som då fanns i en konferensversion.

tidpunkt. Och då är det väl ingen djärv gissning att säga att det finns intressanta och relevanta matematiska modeller, men också ointressanta matematiska modeller där författaren har missat viktiga egenskaper hos den marknad som modellen sägs handla om på grund av dålig institutionell kunskap.

Cuelo och McClure (2005) diskuterar sambandet mellan hur komplex en modell är och hur användbar (*operational*) den är och varnar för komplexa modeller – en tanke som ligger nära Marshalls syn på matematik som den beskrevs i Sandelins artikel. Den samuelsonska tanken om successiva approximationer innebär dock att modellerna inom ett visst specialområde kommer att bli mer komplexa över tiden, även om modellerna inte behöver bli komplexa i någon absolut mening. Är det många viktiga påverkande faktorer inom ett visst område så borde en relevant modell bli ganska komplex. Enligt min mening är problemet med komplexa modeller att det blir svårare att veta vad som egentligen händer i modellen. I stället för att avråda från komplexa modeller borde slutsatsen dock bli att den som bygger komplexa och matematiskt sofistikerade modeller har ett extra pedagogiskt ansvar att förklara vad som egentligen händer i modellen och hur olika faktorer interagerar. Romer (2015) pekar på en annan aspekt av samma problem, nämligen att det ekonomen säger i de verbala delarna av artikeln inte alltid stämmer med vad som faktiskt visas i de matematiska delarna. I Lind (2007) diskuteras detta i termer av ett klassiskt *moral hazard*-problem, där den som har ett informationsövertag kan frestas att utnyttja detta och gesken av att den komplexa modellen, som många läsare inte riktigt förstår, säger mer än vad den egentligen gör. Redan Marshall diskuterade detta ur ett psykologiskt perspektiv: Har man jobbar hårt med något som är svårt blir det kanske

så att man tenderar att överskatta värdet av det man har åstadkommit.

Avslutningsvis skulle jag vilja betona att om man ser modellerande ur ett samuelsonskt perspektiv är slutsatsen att det krävs goda empiriska kunskaper för att veta om en modell är relevant i en viss kontext eller inte. Min bedömning är att de riktigt stora ekonomerna både var duktiga på att bygga små spännande modeller och på att inhämta information om rådande institutionella förhållanden och beteendemönster, vilket gjorde modellerna relevanta. Använder vi grundläggande ekonomisk teori ser jag de olika aktiviteterna (bygga matematiska modeller, göra experiment, göra ekonometriska analyser, snacka med folk i branschen etc) som insatsvaror med avtagande marginalavkastning och att det handlar om att i varje ögonblick allokera resurserna där den marginella avkastningen är som störst.

REFERENSER

- Cuelo, P och J McClure (2005), "Theory versus Application: Does Complexity Crowd out Evidence?", *Southern Economic Journal*, vol 71, s 556–565.
- Ekonomipriskommittén (1970), "The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 1970", prismotivering, www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1970.
- Lind, H (1990), *Tanken bakom tänkta ekonomier*, Akademeja, Stockholm.
- Lind, H (1992), "A Case Study of Normal Research in Theoretical Economics", *Economics and Philosophy*, vol 8, s 83–102.
- Lind, H (1993), "A Note on Fundamental Theory and Idealizations in Economics and Physics", *British Journal for the Philosophy of Science*, vol 44, s 493–503.
- Lind, H (2007), "The Story and the Model Done: An Evaluation of Mathematical Models of Rent Control", *Regional Science and Urban Economics*, vol 37, s 183–198.
- Lind, H och A Hellström (2006), "Market Rents and Economic Segregation: Evidence from a Natural Experiment", *European Journal of Housing Policy*, vol 6, s 167–189.

- McCloskey, D M (1991), "Economic Science: A Search through the Hyperspace of Assumptions?", *International Network for Economic Method Journal (Methodus)*, vol 3, s 1–11.
- Romer, P M (2015), "Mathiness in the Theory of Economic Growth", *American Economic Review, Papers & Proceedings*, vol 105, s 89–93.
- Samuelson, P A (1959), "A Modern Treatment of the Ricardian Economy: I. The Pricing of Goods and of Labor and Land Services", *Quarterly Journal of Economics*, vol 73, s 1–35.
- Sandelin, B (2015), "Pionjärernas motivering av matematiken i nationalekonomin", *Ekonomisk Debatt*, årg 43, nr 3, s 6–18.
- Schelling, T (1971), "Dynamic Models of Segregation", *Journal of Mathematical Sociology*, vol 1, s 143–186.
- Sugden, R (2000), "Credible Worlds: The Status of Theoretical Models in Economics", *Journal of Economic Methodology*, vol 7, s 1–31.